座位号________ 准考证号________ 姓名________ 班级________ 学校________

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

2022年普通高等学校招生全国统一考试押题卷

理科数学

（考试时间:120分钟;试卷满分:150分）

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M=\{x|x^2-2x-3\leqslant 0\}$,集合 $N=\{x||x-1|\geqslant 2\}$,则 $M\cup N=$ （　　）

A. $\varnothing$　　B. $\{-1,3\}$　　C. M　　D. $\mathbf{R}$

2. 某农科所为了考察一种化肥的施肥量 x（千克）对小麦产量 y（千克）的影响,在4块大小及条件相同的试验田进行了试验,得到数据如下表所示:

x	10	20	30	40
y	380	420	a	430

若根据表中数据得出 y 关于 x 的回归直线方程为 $\hat{y}=1.4x+375$,则下列说法错误的是 （　　）

A. 施肥量 x 与小麦产量 y 之间呈正相关关系

B. 当施肥15千克时,小麦产量约为396千克

C. 回归直线必过点 $(25,410)$

D. $a=425$

3. 复数 $z=\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}$ 是 $z\cdot\bar{z}=1$ 成立的 （　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

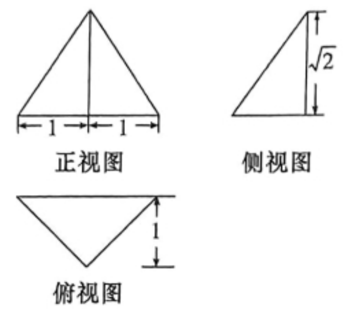
4. 2021年诺贝尔物理学奖揭晓,获奖科学家真锅淑郎（Syukuro Manabe）和克劳斯·哈塞尔曼（Klaus Hasselmann）的杰出贡献之一是建立了地球气候物理模型,该模型能够可靠地预测全球变暖情况.研究表明大气中二氧化碳的含量对地表温度有明显的影响:当大气中二氧化碳的含量每增加25%,地球平均温度就要上升0.5 ℃.若到2050年,预测大气中二氧化碳的含量是目前的4倍,则地球平均温度将上升约（参考数据:$\lg 2\approx 0.3010$） （　　）

A. 1 ℃　　B. 2 ℃　　C. 3 ℃　　D. 4 ℃

5. 已知 F_1,F_2 分别为椭圆 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 的左、右焦点,点 P 是椭圆上一点,且 $\angle F_1F_2P=\frac{3\pi}{4}$,则 $\tan\angle F_1PF_2=$ （　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

6. 已知某三棱锥的三视图如图所示,则该三棱锥的四个面中,面积最大值为 （　　）

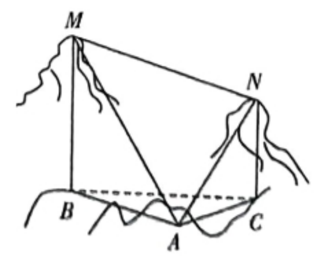


A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

7. 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中,首项 $a_1=3$,前 n 项和为 S_n,且 a_1,a_4,a_{13} 成等比数列,则使不等式 $S_n-2a_n+1>0$ 成立的正整数 n 的最小值为 （　　）

A. 2　　B. 3　　C. 1或3　　D. 2或3

8. 新农村建设是党在新时期提出的一项重大战略部署.如图所示,某丘陵地带的新农村建设中,需要在两座山的山顶 M,N 之间架设一条220千伏高压电线（M,N 在地平面的投影分别为 B,C）.为了测量 M,N 之间的距离,在山脚下的地平面上选择 A 点为测量观测点,从 A 点测得 M 点的仰角 $\angle MAB=60°$,N 点的仰角 $\angle NAC=45°$,以及 M,N 两点的张角 $\angle MAN=75°$,近似测量出 $AB=150$ 米,$AC=100$ 米,则估算 MN 的长度最接近（参考数据:$\sqrt{3}\approx 1.732$） （　　）

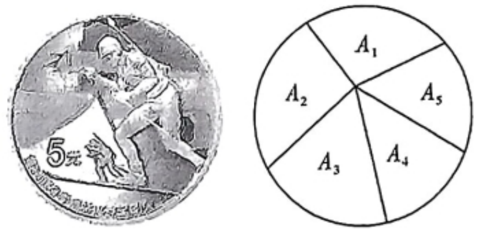


A. 290米　　B. 295米　　C. 300米　　D. 305米

9. 若 $\tan\alpha=\sqrt{2}$，则 $\cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$　　(　　)

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C. $\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D. $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 第24届冬季奥林匹克运动会于2022年2月4日—20日在我国举行，国家发行了纪念币纪念这一世界性的体育历史盛事. 有一种5元的银质纪念币，其背面圆形图案大致可分成5个区域，如图所示. 现用红色、黄色、蓝色、绿色4种不同颜色给5个区域 A_1,A_2,A_3,A_4,A_5 着色，要求相邻区域不同色. 若在所有的着色方案中任抽一种，则抽到区域 A_1,A_4 同色的概率为　　(　　)



A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{3}{8}$　　D. $\frac{3}{10}$

11. 已知三棱锥 $P\text{-}ABC$ 内接于球 O，$PB\perp$ 平面 ABC，$AB=2$，$AC=\sqrt{3}$，$\angle BAC=150°$. 若球 O 的表面积为 56π，则三棱锥 $P\text{-}ABC$ 的体积为　　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，其导数 $f'(x)$ 存在，且 $f(-x)=e^{2x}f(x)$. 若当 $x<0$ 时，$f'(x)+f(x)<0$，则下列不等式恒成立的是　　(　　)

A. $f(1)<ef(0)$　　B. $f(-1)<e^2f(1)$

C. $f(-2)>e^3f(1)$　　D. $f(-2)<e^2f(1)$

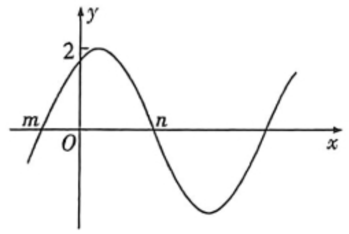
二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 曲线 $f(x)=\frac{x+3}{(x+1)^2}$ 在点 $(-2,1)$ 处的切线方程为________.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是单位向量，$\boldsymbol{c}=2\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$. 若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的夹角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$，则 $k=$________.

15. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，过焦点 F_2 的直线交双曲线 C 的右支于 A,B 两点(点 A 在第一象限)，且 $5|AF_1|=3|AB|$，$4|AF_2|=|F_2B|$，则双曲线 C 的渐近线方程为________.

16. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，m,n 是 $f(x)$ 的两个相邻零点，$|m-n|=\pi$，且对任意 $x_1,x_2\in[m,n](x_1\neq x_2)$，若 $f(x_1)=f(x_2)$，恒有 $f(x_1+x_2)=\sqrt{2}$ 成立，则当 $x\in[0,2\pi]$ 时，所有满足不等式 $|f(x)|>1$ 的正整数解 x 的和为________.



三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一)

17. (12分)中小学全面落实“双减”政策的措施之一是推行放学后托管服务、初中晚自习服务以及配套就餐服务等课后服务. 某教育集团义务教育学生共有20 000人，其中初中学段有8 000人，小学学段有12 000人. 为调查该教育集团学生每天平均课后服务时间(单位：小时)的情况，利用分层抽样采集了300名学生的样本数据，并统计成表如下：

每天平均课后服务时间分组统计表

每天平均课后服务时间	[0,2)	[2,4)	[4,6)	[6,8]
人数	25	50	100	125

(1)设 m,n 表示在每天平均课后服务时间为 $[0,2)\cup[4,6)$ 中任抽两名学生的每天平均课后服务时间，求事件“$|m-n|>2$”的概率；

(2)在样本数据中，有80名初中学段的学生每天平均课后服务时间不少于4小时，试写出每天平均课后服务时间(是否少于4小时)与学段的 2×2 列联表，并判断是否有99%的把握认为该教育集团学生的每天平均课后服务时间与学段有关?

附：

$P(\chi^2 \geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

$\chi^2 = \dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

18.（12分）已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，满足：$S_n=-a_na_{n+1}-\dfrac{1}{2}$，$a_1=\dfrac{1}{2}$.

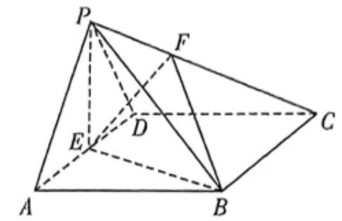
（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记$b_n=-S_{2n}-\dfrac{n}{2}$，数列$\left\{\dfrac{1}{b_n}\right\}$的前$n$项和为$T_n$，证明：$T_n<2$.

19.（12分）如图所示，在四棱锥P-$ABCD$中，底面$ABCD$是边长为1的菱形，$\angle BCD=60°$，E为AD的中点，$PE\perp$平面$ABCD$，F为PC上的一点，且$\overrightarrow{PF}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{FC}$.

（1）证明：$PA /\!/$平面BEF；

（2）若二面角P-BE-F的平面角为30°，求四棱锥P-$ABCD$的体积.



20.（12分）已知抛物线$C_1: x^2=2py(p>0)$，圆$C_2: x^2+y^2=1$，抛物线C_1与圆C_2交点的纵坐标为$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$，点M为抛物线C_1上一点，过点M且与该点切线垂直的直线l交抛物线C_1于另一点N，此时$|MN|$取最小值.

（1）求抛物线C_1的方程；

（2）证明：直线l与圆C_2相交（记交点为A,B），且$\sqrt{\dfrac{|MN|}{|AB|}}$为有理数.

21. (12 分)已知函数 $f(x)=ax+xe^{x-1}(a>0)$.

(1)当 $a=e-2$ 时,曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线 l 与 x,y 轴分别交于点 A,B,点 C 是曲线 $y=\ln x$ 上到直线 l 距离最近的一点,求△ABC 的面积;

(2)若对任意 $x\in(0,+\infty)$,恒有 $f(x)>e^{x-1}\ln(ax)+2e^{x-1}$ 成立,求实数 a 的取值范围.

(二)

22.

以坐标原点为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,已知圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2+4\rho\cos\theta+2=0$,直线 l 过点 $M(2,0)$,倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$.

(1)求圆 C 的直角坐标方程与直线 l 的参数方程;

(2)将直线 l 向左平移 3 个单位长度,所得直线 l_1 与 x 轴交于 N 点,与圆 C 交于 A,B 两点,求 $|NA|+|NB|$.

23.

已知函数 $f(x)=|x-a|-|2x+1|(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=1$ 时,解不等式 $f(x)<1$;

(2)若 $2f(x)+2|2x+1|+x>2a^2-3$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.