绝密★启用前

2022年普通高等学校招生全国统一考试押题卷

文科数学

（考试时间：120分钟；试卷满分：150分）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

座位号＿＿＿＿ 准考证号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿ 学校＿＿＿＿

密 封 线 内 不 要 答 题

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-7>0\}$，集合 $B=\{x||x-1|\leqslant 3\}$，则 $A\cap B=$ （　　）

A. $\varnothing$　　B. $[-2,\sqrt{7})$　　C. $(\sqrt{7},4]$　　D. $(-\sqrt{7},4]$

2. 复数 $z=\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}$ 是 $z\cdot\bar{z}=1$ 成立的 （　　）

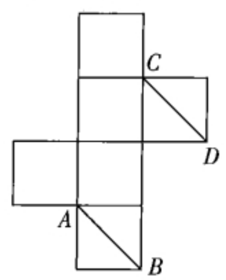
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 为了响应政府创建"文明卫生城市"的号召，东方红中学志愿者7人小组，计划利用周末的时间，随机派2人到附近社区为留守老人做家务，则甲、乙两人没有同去的概率为 （　　）

A. $\frac{1}{21}$　　B. $\frac{41}{42}$　　C. $\frac{20}{21}$　　D. $\frac{2}{21}$

4. 已知某正方体的展开图如图所示，则直线 AB，CD 在原正方体中的位置关系为 （　　）



A. 相交直线，夹角为45°　　B. 异面直线，夹角为45°

C. 相交直线，夹角为60°　　D. 异面直线，夹角为60°

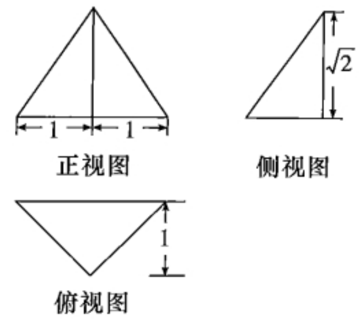
5. 2021年诺贝尔物理学奖揭晓，获奖科学家真锅淑郎(Syukuro Manabe)和克劳斯·哈塞尔曼(Klaus Hasselmann)的杰出贡献之一是建立了地球气候物理模型，该模型能够可靠地预测全球变暖情况. 研究表明大气中二氧化碳的含量对地表温度有明显的影响：当大气中二氧化碳的含量每增加25%，地球平均温度就要上升0.5 ℃. 若到2050年，预测大气中二氧化碳的含量是目前的4倍，则地球平均温度将上升约(参考数据：$\lg 2\approx 0.3010$) （　　）

A. 1 ℃　　B. 2 ℃　　C. 3 ℃　　D. 4 ℃

6. 若 $\tan\alpha=\sqrt{2}$，则 $\cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$ （　　）

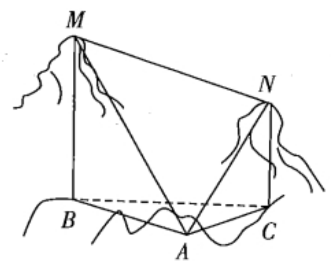
A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C. $\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D. $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 已知某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的四个面中，面积最大值为 （　　）



A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

8. 新农村建设是党在新时期提出的一项重大战略部署. 如图所示，某丘陵地带的新农村建设中，需要在两座山的山顶 M，N 之间架设一条220千伏高压电线(M，N 在地平面的投影分别为 B，C). 为了测量 M，N 之间的距离，在山脚下的地平面上选择 A 点为测量观测点，从 A 点测得 M 点的仰角 $\angle MAB=60°$，N 点的仰角 $\angle NAC=45°$，以及 M，N 两点的张角 $\angle MAN=75°$，近似测量出 $AB=150$ 米，$AC=100$ 米，则估算 MN 的长度最接近(参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.732$) （　　）



A. 290米　　B. 295米　　C. 300米　　D. 305米

9. 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中，首项 $a_1=3$，前 n 项和为 S_n，且 a_1，a_4，a_{13} 成等比数列，则使不等式 $S_n-2a_n+1>0$ 成立的正整数 n 的最小值为 （　　）

A. 2　　B. 3　　C. 1或3　　D. 2或3

10. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，过焦点 F_2 的直线交双曲线 C 的右支于 A,B 两点（点 A 在第一象限），若满足 $5|AF_1|=3|AB|,4|AF_2|=|F_2B|$，则双曲线 C 的离心率为 ( )

A. $\frac{\sqrt{65}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{55}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{39}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{33}}{3}$

11. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的非零函数 $f(x)$ 的周期 $T=a$，且 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{a}{2}$ 对称. 若函数 $g(x)$ 满足 $f(x)[g(x)+1]=\sin x$，且 $g(-2)=b$，则 $g(2)=$ ( )

A. b　　B. $-b$　　C. $-2-b$　　D. $2+b$

12. 已知 $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}mx^2+nx+q$ 有两个极值点 x_1,x_2，若 $x_1<f(x_1)<x_2$，则关于 x 的方程 $[f(x)]^2-mf(x)-n=0$ 的实数根的个数不可能为 ( )

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

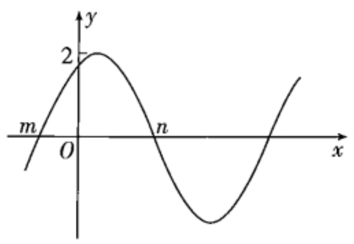
13. 已知直线 $l:y=x+m$ 与抛物线 $x^2=4y$ 相切，则直线 l 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交所得的弦长为________.

14. 写出一个同时满足下列性质①②③的函数 $f(x)$ 的解析式：________________.

①$f(mx)=mf(x)(m>0,m\in\mathbf{R})$；②$f(x)$ 为偶函数；③当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f(x)$ 单调递减.

15. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是单位向量，$\boldsymbol{c}=2\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$. 若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的夹角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$，则 $k=$________.

16. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，m,n 是 $f(x)$ 的两个相邻零点，$|m-n|=\pi$，且对任意 $x_1,x_2\in[m,n](x_1\neq x_2)$，若 $f(x_1)=f(x_2)$，恒有 $f(x_1+x_2)=\sqrt{2}$ 成立，则当 $x\in[0,2\pi]$ 时，所有满足不等式 $|f(x)|>1$ 的正整数解 x 的和为________.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17 ~ 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $S_n-a_n=n^2-1(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 记 $b_n=a_n\cdot\cos\frac{n\pi}{2}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，求 T_4 和 T_{50} 的值.

18.(12 分)中小学全面落实“双减”政策的措施之一是推行放学后托管服务、初中晚自习服务以及配套就餐服务等课后服务. 某教育集团义务教育学生共有 20 000 人,其中初中学段有 8 000 人,小学学段有 12 000 人. 为调查该教育集团学生每天平均课后服务时间(单位:小时)的情况,利用分层抽样采集了 300 名学生的样本数据,并统计成表如下:

每天平均课后服务时间分组统计表

每天平均课后服务时间	$[0,2)$	$[2,4)$	$[4,6)$	$[6,8]$
人数	25	50	100	125

(1)求这 300 名学生中,初中学段、小学学段各抽取了多少人?每个初中学段学生与小学学段学生被抽到的概率是否相等?请说明理由.

(2)在样本数据中,有 80 名初中学段的学生每天平均课后服务时间不少于 4 小时,试写出每天平均课后服务时间(是否少于 4 小时)与学段的 2×2 列联表,并判断是否有 99% 的把握认为该教育集团学生的每天平均课后服务时间与学段有关?

附:

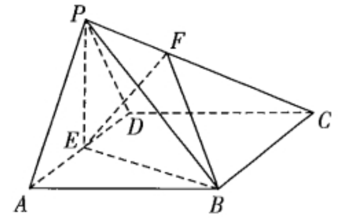
$P(\chi^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

19.(12 分)如图,在四棱锥 P-$ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 1 的菱形,$\angle BCD=60°$,E 为 AD 的中点,$PE\perp$ 平面 $ABCD$,F 为 PC 上的一点,且 $\overrightarrow{PF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$.

(1)证明:$PA\parallel$ 平面 BEF;

(2)若 $PC=\frac{\sqrt{10}}{2}$,求三棱锥 P-BEF 的体积.



20.(12 分)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的半焦距 $c=\frac{a^2}{3}$,离心率 $e<\frac{2}{3}$,且过点 $\left(\frac{\sqrt{6}}{2},1\right)$,$O$ 为坐标原点.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)设过点 $Q(0,2)$ 的直线 l 与椭圆 C 分别交于不同的两点 A,B,若 $\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}=\lambda|\overrightarrow{OQ}|^2$,求 λ 的取值范围.

21. (12 分)已知函数 $f(x)=ax+xe^{x-1}(a>0)$.

(1)当 $a=e-2$ 时,设点 P 为曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线 l 上一点,点 Q 是曲线 $y=\ln x$ 上一点,求 $|PQ|$ 的最小值;

(2)若对任意 $x\in(0,+\infty)$,恒有 $f(x)>e^{x-1}\ln(ax)+2e^{x-1}$ 成立,求实数 a 的取值范围.

(二)

22.

以坐标原点为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,已知圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2+4\rho\cos\theta+2=0$,直线 l 过点 $M(2,0)$,倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$.

(1)求圆 C 的直角坐标方程与直线 l 的参数方程;

(2)将直线 l 向左平移 3 个单位长度,所得直线 l_1 与 x 轴交于 N 点,与圆 C 交于 A,B 两点,求 $|NA|+|NB|$.

23.

已知函数 $f(x)=|x-a|-|2x+1|(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=1$ 时,解不等式 $f(x)<1$;

(2)若 $2f(x)+2|2x+1|+x>2a^2-3$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.