

卓越高中千校联盟 2022 高考终极押题卷

理科数学

(考试时间:120 分钟;试卷满分:150 分)



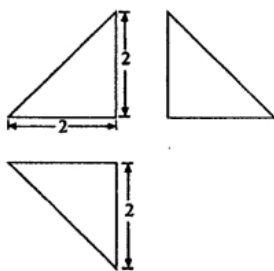
扫码了解更多升学信息

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $A=\{x|1<x\leq 3\}$, $B=\{x|2<x\leq 4\}$, 则 $A\cup B=(\quad)$
 A. $\{x|1<x<2\}$ B. $\{x|2<x\leq 3\}$ C. $\{x|3\leq x\leq 4\}$ D. $\{x|1<x\leq 4\}$
- 若复数 z 满足 $\frac{z+i}{1-2i}=1+i$, 其中 i 是虚数单位, 则 z 的共轭复数 $\bar{z}=(\quad)$
 A. $3-2i$ B. $3+2i$ C. $2+3i$ D. $2-3i$
- 设 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数, 且当 $x>0$ 时, $f(x)=e^x-2$, 则方程 $f(x)=0$ 的解集为 (\quad)
 A. $\{-\ln 2\}$ B. $\{\ln 2\}$ C. $\{-\ln 2, \ln 2\}$ D. $\{-\ln 2, 0, \ln 2\}$
- 若“ $\exists x \in R$, 使得 $\sin x - \sqrt{3} \cos x = a$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围是 (\quad)
 A. $[-2, 2]$ B. $(-2, 2)$
 C. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
- 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $4S_3 = 3S_2 + S_4$, $a_5 = 5$, 则 $a_{10}=(\quad)$
 A. 3 B. 7 C. 11 D. 15
- 抛物线 $y = \frac{x^2}{16}$ 的焦点与圆 $C: x^2 + y^2 - 8x - 2y + 13 = 0$ 上动点的距离的最小值为 (\quad)
 A. 7 B. 3 C. $\frac{\sqrt{145}}{4} - 2$ D. 1
- 2022 年, 上海面临疫情加重的压力. 某省一医院从传染科选出 5 名医生和 4 名护士支援上海市的 A、B、C 三所医院开展防治工作, 其中 A、B 医院都至少需要 1 名医生和 1 名护士, C 医院至少需要 2 名医生和 2 名护士, 则不同的分派方法共有 (\quad)
 A. 2160 种 B. 1920 种 C. 960 种 D. 600 种
- 在 $\triangle ABC$ 中, 点 F 为线段 BC 上任一点(不含端点), 若 $\overrightarrow{AF} = x\overrightarrow{AB} + 2y\overrightarrow{AC}$ ($x>0, y>0$), 则 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$ 的最小值为 (\quad)
 A. 9 B. 8 C. 4 D. 2
- 如图为某几何体的三视图, 则该几何体的外接球的表面积是 (\quad)
 A. $4\sqrt{2}\pi$ B. $4\sqrt{3}\pi$
 C. 12π D. 16π
- 若关于 x 的不等式 $x^2 - (m+2)x + 2m < 0$ 的解集中恰有 4 个整数, 则实数 m 的取值范围为 (\quad)



- A. (6,7) B. [-3,-2) C. [-3,-2)∪(6,7] D. [-3,7]

- 公元 1202 年意大利数学家列昂纳多·斐波那契以兔子繁殖为例, 引入“兔子数列”: $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$, 即 $a_1 = a_2 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} (n \geq 3, n \in \mathbb{N}^*)$ 此数列在现代物理、准晶体结构、化学等领域都有着广泛的应用. 若记 $b_n = a_{n+1}^2 - a_n a_{n+2} (n \in \mathbb{N}^*)$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $S_{2022}=(\quad)$
 A. -1 B. 0 C. 2021 D. 2022
- 已知 $1 < a < b < e$, 有以下结论: ① $a^b < b^a$; ② $b^a > e^{\frac{ab}{e}}$; ③ $a^a < e^{\frac{ab}{e}}$; ④ $a^b < e^{\frac{ab}{e}}$, 则其中正确的个数是 (\quad)
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

- 函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(x + \frac{\pi}{3}) - \sin(x - \frac{\pi}{6})$ 的最大值为 _____.
- 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = \frac{1}{3}a_n + 2$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n =$ _____.
- 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC = 120^\circ, AB = 2, BC = CC_1 = 1$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为 _____.
- 一种药在病人血液中的量保持 1000mg 以上才有疗效, 而低于 500mg 病人就有危险. 现给某病人静脉注射了这种药 2000mg, 如果药在血液中以每小时 10% 的比例衰减, 为了充分发挥药物的利用价值, 那么从现在起经过 _____ 小时内向病人的血液补充这种药, 才能保持疗效. (附: $\lg 2 \approx 0.3010, \lg 3 \approx 0.4771$, 精确到 0.1h)

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

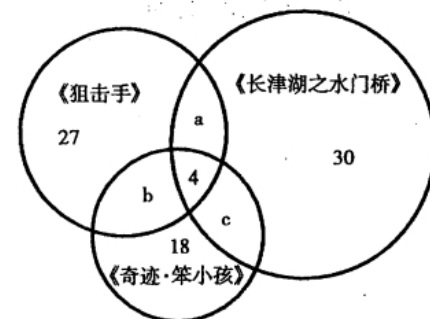
(一)必考题:共 60 分.

- (12 分)从 ① $A = \frac{\pi}{3}$, ② $a = 3\sqrt{2} \sin B$ 这两个条件中选一个, 补充到下面问题中, 并完成解答.

已知锐角 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是内角 A, B, C 所对的边, 且 $\sin^2 B = \sin^2 A + \sin^2 C - \sqrt{2} \sin A \sin C$.

- 求角 B ;
- 已知 $b = \sqrt{6}$, 且 _____, 求 $\sin C$ 的值及 $\triangle ABC$ 的面积.

- (12 分)2022 年春节期间,《长津湖之水门桥》、《狙击手》、《奇迹·笨小孩》三大片集体上映. 春节过后某城市文化局统计得知大量市民至少观看了一部大片, 在已观影的市民中随机抽取了 100 人进行调查观看情况和想法, 其中观看了《长津湖之水门桥》的有 49 人, 观看了《狙击手》的有 46 人, 观看了《奇迹·笨小孩》的有 34 人, 统计图如图.



(1) 计算图中 a, b, c 的值;

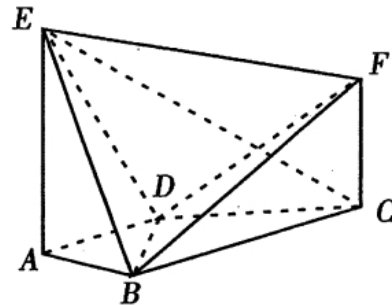
(2) 在已抽取的这 100 人中, 文化局从只观看了其中两部大片的观众中采用分层抽样抽取了 7 人, 调查了解其是否会看未看的第三部影片。调查得知他们均表示要观看其未看的第三部电影, 现从这 7 人中随机选出 4 人, 用 X 表示这 4 人中将要观看《长津湖之水门桥》的人数, 求 X 的分布列及数学期望和方差。

19. (12 分) 如图, $AE \perp$ 平面 $ABCD$, $CF \parallel AE$, $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, $AB=AD=1$, $AE=BC=2$, $CF=1$,

(1) 求证: $BD \perp DF$;

(2) 求直线 BE 与平面 CDE 所成角的正弦值;

(3) 求二面角 $E-BD-F$ 的余弦值。



20. (12 分) 已知 F_1, F_2 分别是长轴长为 4 的椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点, A_1, A_2 是椭圆 C 的左右顶点, P 为椭圆上异于 A_1, A_2 的一个动点, O 为坐标原点, 点 M 为线段 PA_2 的中点, 且直线 PA_2 与 OM 的斜率的积恒为 $-\frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程

(2) 设过点 F_1 且不与坐标轴垂直的直线 l 交椭圆于 A, B 两点, 线段 AB 的垂直平分线与 x 轴交于点 N , 点 N 的横坐标的取值范围是 $(-\frac{\sqrt{2}}{3}, 0)$, 求线段 AB 长的取值范围。

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x - a(x+2)$.

(1) 当 $a = 2$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 有零点, 求 a 的取值范围。

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如有多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10 分) [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos\theta+1 \\ y=2\sin\theta-\sqrt{3} \end{cases}$ (θ 为参数),

以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为

$$2\rho\cos\theta - \sqrt{3}\rho\sin\theta + 11 = 0$$

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 求曲线 C 上的点到直线 l 距离的最大值。

23. (10 分) [选修 4-5: 不等式选讲]

已知函数 $f(x) = |x-a^2| + |2x-(a+3)|$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 6$ 的解集;

(2) 若 $f(x) \geq 6$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围。