

卓越高中千校联盟 2022 高考终极押题卷

文科数学

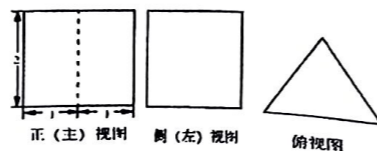
(考试时间:120 分钟;试卷满分:150 分)

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A=\{x|1<x\leq 3\}$ ,  $B=\{x|2<x\leq 4\}$ , 则  $A\cup B=(\quad)$   
 A.  $\{x|1<x<2\}$     B.  $\{x|2<x\leq 3\}$     C.  $\{x|3\leq x\leq 4\}$     D.  $\{x|1<x\leq 4\}$
2. 若复数  $z$  满足  $\frac{z+i}{1-2i}=1+i$ , 其中  $i$  是虚数单位, 则  $z$  的共轭复数  $\bar{z}=(\quad)$   
 A.  $3-2i$     B.  $3+2i$     C.  $2+3i$     D.  $2-3i$
3. 已知向量  $\vec{a}=(1, 2)$ ,  $\vec{b}=(k, -2)$ ,  $\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=0$ , 则  $k=(\quad)$   
 A.  $-14$     B.  $-10$     C.  $10$     D.  $14$
4. 若“ $\exists x \in \mathbb{R}$ , 使得  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = a$ ”为假命题, 则实数  $a$  的取值范围是  $(\quad)$   
 A.  $[-2, 2]$     B.  $(-2, 2)$   
 C.  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$     D.  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
5. 设  $f(x)$  是定义域为  $\mathbb{R}$  的奇函数, 且当  $x>0$  时,  $f(x)=e^x-2$ , 则方程  $f(x)=0$  的解集为  $(\quad)$   
 A.  $\{-\ln 2\}$     B.  $\{\ln 2\}$     C.  $\{-\ln 2, \ln 2\}$     D.  $\{-\ln 2, 0, \ln 2\}$
6.  $\tan 75^\circ - \frac{1}{\tan 75^\circ}=(\quad)$   
 A.  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$     B.  $2\sqrt{3}$     C.  $-2\sqrt{3}$     D.  $4$
7. 已知  $x>0, y>0$ , 且  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1$ , 则  $2x+y$  的最小值为  $(\quad)$   
 A.  $100$     B.  $81$     C.  $16$     D.  $8$
8. 将函数  $y=f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度后, 得到  $y=\sin 3x$  的图像, 则函数  $y=f(x)$  的解析式为  $(\quad)$   
 A.  $y=\sin(3x+\frac{\pi}{4})$     B.  $y=\sin(3x+\frac{3\pi}{4})$     C.  $y=\sin(3x-\frac{\pi}{4})$     D.  $y=\sin(3x-\frac{3\pi}{4})$
9. 某三棱柱的底面为正三角形, 其三视图如图所示, 该三棱柱的体积为  $(\quad)$   
 A.  $\sqrt{3}$     B.  $2\sqrt{3}$   
 C.  $4\sqrt{3}$     D.  $12+2\sqrt{3}$



10. 抛物线  $y=\frac{x^2}{16}$  的焦点与圆  $C: x^2+y^2-8x-2y+13=0$  上动点的距离的最小值为  $(\quad)$

- A. 7    B. 3    C.  $\frac{\sqrt{145}}{4}-2$     D. 1

11. 等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2=-9, a_5=-3$ , 记  $T_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项的积, 则数列  $\{T_n\}$   $(\quad)$

- A. 有最大项, 有最小项    B. 有最大项, 无最小项  
 C. 无最大项, 有最小项    D. 无最大项, 无最小项

12. 函数  $f(x)=ax^2-x^3(x>0)$  的图象上存在与直线  $x+y+2=0$  垂直的切线, 则实数  $a$  的取值范围是  $(\quad)$

- A.  $(-\infty, -1]$     B.  $[1, +\infty)$     C.  $(-\infty, -1] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$     D.  $[\sqrt{3}, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 《孙子算经》是中国古代重要的数学著作, 约成书于四五世纪, 其卷中《算筹分数之法》里有这样一个问题: “今有女子善织, 日自倍, 五日织通五尺, 问: 日织几何?” 意思是有一女子擅长织布, 每天织布都比前一天多 1 倍, 5 天共织了 5 尺布, 则该女子第 4 天织了  $\underline{\hspace{2cm}}$  尺布。

14. 将一颗质地均匀的正方体骰子先后抛掷 2 次, 观察向上的点数, 则这两次的点数之和为 7 的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 已知  $\alpha, \beta$  是两个不同平面,  $m, n$  是两条不同直线, 有下列四个命题:

- ①如果  $m \perp n, m \perp \alpha, n // \beta$ , 那么  $\alpha \perp \beta$ 。
- ②如果  $m \perp \alpha, n // \alpha$ , 那么  $m \perp n$ 。
- ③如果  $m // n, m \subset \alpha$ , 那么  $n // \alpha$ 。
- ④如果  $m // n, \alpha // \beta$ , 那么  $m$  与  $\alpha$  所成的角和  $n$  与  $\beta$  所成的角相等。

其中正确的命题是  $\underline{\hspace{2cm}}$  (填序号)

16. 若数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_n=2^{n-1}+(-1)^n(2n-1)$ , 则  $2a_{2n}-S_{2n}=\underline{\hspace{2cm}}$

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤, 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分) 从 ①  $A = \frac{\pi}{3}$ , ②  $a = 3\sqrt{2} \sin B$  这两个条件中选一个, 补充到下面问题中, 并完成解答。

已知锐角  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别是内角  $A, B, C$  所对的边, 且  $\sin^2 B = \sin^2 A + \sin^2 C - \sqrt{2} \sin A \sin C$ 。

(1) 求角  $B$ ;

(2) 已知  $b = \sqrt{6}$ , 且  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 求  $\sin C$  的值及  $\triangle ABC$  的面积。

18. (12 分) 若养殖场每个月生猪的死亡率不超过 1%, 则该养殖场考核为合格。该养殖场在 2019 年 1 月到 8 月养殖生猪的相关数据如表所示:

月份	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月
月养殖量/千只	3	4	5	6	7	9	10	12
月利润/十万元	3.6	4.1	4.4	5.2	6.2	7.5	7.9	9.1
生猪死亡数/只	29	37	49	53	77	98	126	145

(1)从该养殖场 2019 年 2 月到 6 月这 5 个月中任意选取 3 个月,求恰好有 2 个月考核获得合格的概率;

(2)根据 1 月到 8 月的数据,求出月利润  $y$ (十万元)关于月养殖量  $x$ (千只)的线性回归方程(精确到 0.01);

(3)预计在今后的养殖中,月利润与月养殖量仍然服从(2)中的关系,若 9 月份的养殖量为 1.5 万只,试估计:该月利润约为多少万元?

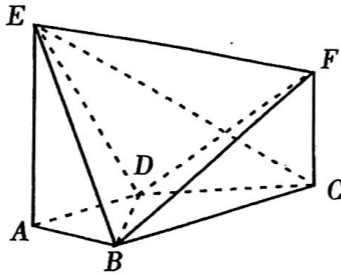
附:线性回归方程  $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$  中斜率和截距用最小二乘法估计计算公式如下:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x} \quad \text{参考数据: } \sum_{i=1}^8 x_i^2 = 460, \sum_{i=1}^8 x_i y_i = 379.5$$

19.(12分)如图,  $AE \perp$  平面  $ABCD$ ,  $CF \parallel AE$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $AD \perp AB$ ,  $AB = AD = 1$ ,  $AE = BC = 2$

(1)求证:  $BD \perp DF$ ;

(2)求直线  $BE$  与平面  $CDE$  所成角的正弦值.



20.(12分)已知定点  $S(-\sqrt{5}, 0)$ ,  $T(\sqrt{5}, 0)$ , 动点  $P$  为平面上一个动点,且直线  $SP$ 、 $TP$  的斜率之积为  $-\frac{4}{5}$

(1)求动点  $P$  的轨迹  $E$  的方程;

(2)设点  $B$  为轨迹  $E$  与  $y$  轴正半轴的交点,是否存在斜率为  $\sqrt{3}$  的直线  $l$ ,使得  $l$  交轨迹  $E$  于  $M$ ,  $N$  两点,且  $G(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$  恰是  $\triangle BMN$  的重心? 若存在,求直线  $l$  的方程;若不存在,说明理由.

21.(12分)已知函数  $f(x) = ax^3 - 3x^2 + 1$ ,  $a \in R$

(1)当  $a = 2$  时,求  $f(x)$  在区间  $[-\frac{1}{2}, 2]$  上的最大值和最小值;

(2)若函数  $f(x)$  存在唯一的零点  $x_0$ ,且  $x_0 > 0$ ,求实数  $a$  的取值范围.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如有多做,则按所做的第一题计分.

22. (10分)[选修 4-4:坐标系与参数方程]

在直角坐标系  $xOy$  中,曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2\cos \theta + 1 \\ y = 2\sin \theta - \sqrt{3} \end{cases}$  ( $\theta$  为参数),

以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系,直线  $l$  的极坐标方程为

$$2\rho \cos \theta - \sqrt{3}\rho \sin \theta + 11 = 0$$

(1)求曲线  $C$  的普通方程和直线  $l$  的直角坐标方程;

(2)求曲线  $C$  上的点到直线  $l$  距离的最大值.

23. (10分)[选修 4-5:不等式选讲]

已知函数  $f(x) = |x-4| + |2x-5|$ .

(1)求不等式  $f(x) \geq 6$  的解集;

(2)若  $f(x) \geq \frac{1}{2}a^2 - a$  恒成立,求实数  $a$  的取值范围.