

(在此卷上答题无效)

绝密★启用前

2022年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

本试卷共8页,满分150分。

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

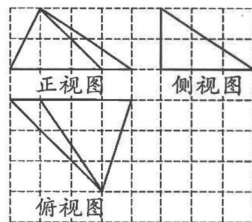
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

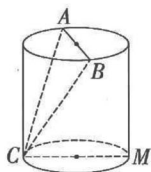
1. 已知集合 $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B$ 中元素的个数为
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 设 $z = (1-i)(2+i)$, 则 $\bar{z} =$
A. $-3-i$ B. $-3+i$ C. $3-i$ D. $3+i$
3. 已知非零向量 a, b 满足 $|b| = 2|a| = 2$, 且 $|2a-b| = 3|a|$, 则 $a \cdot b =$
A. $-\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$
4. 设备的经济寿命是指设备从投入使用开始到因继续使用在经济上不合理而被更新所经历的时间. 已知某单位在修筑中老铁路时, 新采购了一台工程设备, 该工程设备的经济寿命满足 $N_0 = \sqrt{\frac{2(P-L_N)}{\lambda}}$, 其中 N_0 为设备的经济寿命(单位:年), P 为设

备目前的市场价值, L_N 为 n 年末该设备的净残值, λ 为设备的低劣化值. 今有一台当前市场价值为 7500 万元的建筑设备, 根据施工环境预测经济寿命为 6 年, 若该设备的低劣化值是 350 万元, 则该设备第 6 年末的净残值为

- A. 850 万元 B. 1000 万元 C. 1200 万元 D. 1500 万元
5. 已知圆 $C: x^2 + (y-1)^2 = a^2 (a > 0)$ 与直线 $l: x-y-1=0$ 相交于 A, B 两点, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 2, 则圆 C 的面积为
A. π B. 2π C. 4π D. 6π
6. 把函数 $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{6})$ 图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变, 再把所得图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 则 $g(x) =$
A. $-\cos 2x$ B. $\cos(2x + \frac{\pi}{6})$ C. $\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ D. $-\sin 2x$
7. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某几何体的三视图, 则该几何体的体积为
A. 5
B. 4
C. 3
D. 2
8. 设 $9^{-\log_3 \sqrt{a}} = 3$, 则 $8^a =$
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
9. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $(\sqrt{2}, 0)$, 右顶点为 A , O 为坐标原点, 过 OA 的中点且与坐标轴垂直的直线交椭圆 C 于 M, N 两点, 若四边形 $OMAN$ 是正方形, 则 C 的方程为
A. $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$ C. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{5} = 1$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$
10. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $b = 2$, $2a \sin B - a \cos C = c \cos A$, 则 $c =$
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{3}$



11. 已知 AB, CM 分别为圆柱上、下底面的直径,且 $AB=2$,圆柱的高为 $\sqrt{3}$, $AB \perp CM$,则点 M 到平面 ABC 的距离为



- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\sqrt{2}$
C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

12. 已知函数 $f(x) = e^x - \ln x + kx - 1$ 有两个零点,则实数 k 的取值范围为

- A. $(-\infty, 1-e)$ B. $(-\infty, 2-e)$ C. $(-\infty, 1-2e)$ D. $(-\infty, 1-\frac{e}{2})$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 某科研机构为评定新研发的水稻的亩产量,随机抽取了部分地块进行测试,得到的样本亩产量(单位:kg)分别为 1120, 1135, 1128, 1123, 1128, 1129, 1126, 则该次新研发的水稻亩产量的平均值的估计值为 _____ kg.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ x-1, & x > 0 \end{cases}$, 若 _____, 从以下 2 个条件中① $f(x) \leq \frac{1}{2}$; ② $f(x) \geq 1$, 任选一个补充在划线上, 则此时不等式的解集为 _____.

15. 已知 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\cos 2\beta = \frac{3}{5}$, $\cos(\alpha+\beta) = \frac{4}{5}$, 则 $\cos \alpha =$ _____.

16. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 F_1 到其中一条渐近线的距离为 2, 过 F_2 作 x 轴的垂线交双曲线的右支于 A, B 两点, 若 $\triangle F_1AB$ 为等边三角形, 则该双曲线渐近线的斜率为 _____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (12 分)

记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $a_4 = -8a_1, S_6 = 21$.

- (1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2)设 $b_n = \log_2 a_n^2$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分)

针对长江经济带河湖保护中存在的突出问题,水利部门出台了一系列指导和保护措施,取得了积极成效. 为了解当地居民对长江及沿岸生态环境的保护意识,分别从长江沿岸的两地居民中各随机抽取了 20 位居民进行问卷调查,并将调查问卷的成绩进行统计,得到如下数据:

甲地得分:79, 60, 80, 96, 89, 54, 74, 72, 65, 52, 61, 85, 61, 81, 79, 74, 53, 68, 68, 53.

乙地得分:80, 86, 73, 60, 52, 96, 77, 93, 75, 99, 81, 67, 55, 77, 74, 97, 85, 77, 99, 78.

(1)根据表中数据绘制茎叶图并大致判断甲、乙两地哪个地区居民的环保意识相对较高,并说明理由; 订阅号: 学习塾

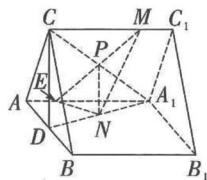
(2)现从 90 分以上的调查问卷中随机抽取 2 份进行分析,求这 2 份问卷中至少有 1 份来自甲地的概率.

19. (12分)

如图,已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面 $\triangle ABC$ 是正三角形, $BC=CC_1=2$, D 为 AB 的中点,点 P, N 分别为 A_1C, A_1D 的中点,过点 P, N 的平面交 AA_1 于点 E ,交 CC_1 于点 M .

(1) 证明:平面 $EMN \perp$ 平面 A_1ABB_1 ;

(2) 若 $AE = \frac{1}{4}AA_1$, 求 $\triangle EMN$ 的面积.



20. (12分)

设抛物线 $C: x^2 = 8y$, 过点 $(0, 1)$ 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 分别过点 A, B 作抛物线的切线, 两切线相交于点 P .

(1) 求点 P 的轨迹方程;

(2) 求 $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$ 的最大值.

21. (12分)

设函数 $f(x) = ax \ln x - 2x$, 其中 $a > 0$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $x = e$ 处取得极小值, 求 a 的值;

(2) 若 $f(x) \geq -x^2 + x - 2$ 在 $[1, +\infty)$ 上恒成立, 求 a 的取值范围.

回复【押题卷】

(二) 选考题: 共 10 分。请考生从第 22、23 题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔将答题卡上所选题目对应的题号右侧方框涂黑, 按所涂题号进行评分; 多涂、多答, 按所涂的首题进行评分; 不涂, 按本选考题的首题进行评分。公众号: 学习塾

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{6} \cos \theta \\ y = \sqrt{3} \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 以坐标原点

O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta - \sqrt{2} \rho \sin \theta = 4$.

(1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;

(2) 若点 M, N 分别为曲线 C 和直线 l 上的动点, 求 $|MN|$ 的最小值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, $a + b + c = -1$.

(1) 证明: $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$;

(2) 若 $a \geq b \geq c$ 且 $abc = 1$, 证明: $a \geq 1$.