黑卷　　姓名________________　　准考证号________________

（在此卷上答题无效）

绝密★启用前

2022年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

本试卷共8页，满分150分。

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{x|2x<5\}$，则 $A\cap B=$

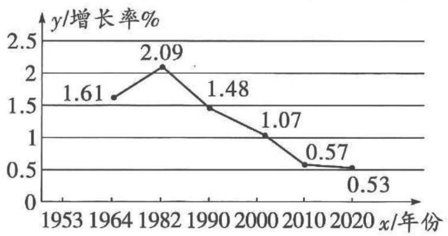
A. $\{1\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{1,2,3\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

2. 设 $(2+i)z=1+3i$，则 $z=$

A. $1+i$　　B. $1-i$　　C. $-1+i$　　D. $-1-i$

3. 我国第七次人口普查的数据于2021年公布，将我国历次人口普查的调查数据整理得到如图所示的折线图，则下列说法不正确的是

历次人口普查全国人口的年均增长率



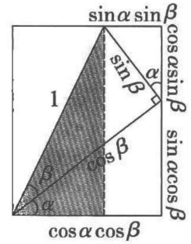
A. 从人口普查结果来看，我国人口总量处于递增状态

B. 2000-2020年年均增长率都低于1.5%

C. 历次人口普查的年均增长率逐年递减

D. 第三次人口普查时，人口年均增长率达到历史最高点

4. 《几何原本》卷Ⅱ的几何代数法成了后世数学家处理数学问题的重要依据，通过这一原理，很多代数的公理或定理都能够通过图形实现证明，也称之为无字证明，这种证明方式优雅而直观. 观察图形可知，阴影直角三角形的短直角边为 $\cos(\alpha+\beta)$ 或 $\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$，所以该图直观地反映了公式 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$. 通过观察图中阴影直角三角形长直角边和长方形的宽，可得公式



A. $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

B. $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

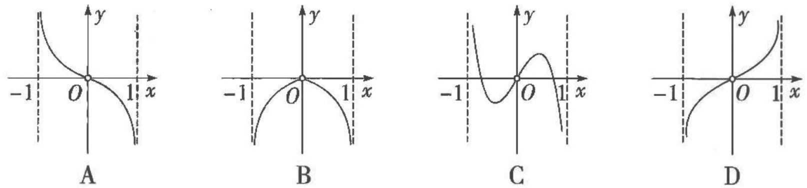
C. $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

D. $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

5. 从3名男生和2名女生中随机选取3人参加书法展览会，则选取的3人中至少有2名男生的概率为

A. $\dfrac{3}{5}$　　B. $\dfrac{7}{10}$　　C. $\dfrac{4}{5}$　　D. $\dfrac{9}{10}$

6. 函数 $f(x)=\dfrac{\ln(1-x^2)}{3^x-3^{-x}}$ 的图象大致为



7. 设 α,β 为两个平面，l 为一条直线，$l\subset\alpha$ 且 $l\not\subset\beta$，则 $l/\!/\beta$ 的充分条件是

A. β 内有一条直线与 α 平行　　B. β 内有无数条直线与 α 平行

C. l,β 平行于同一平面　　D. α,β 垂直于同一平面

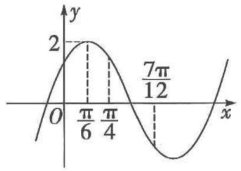
8. 设 F_1,F_2 分别是双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，过 F_1 作 C 的一条渐近线 l 的垂线交双曲线的右支于点 P，若 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，则 C 的离心率为

A. $\sqrt{5}$　　B. 2　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\dfrac{5}{3}$

9. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $a_4+a_8=8(a_1+a_5)$, $a_2+a_6+a_{10}=10$,则 $S_{12}=$

A. 45　　B. 75　　C. 80　　D. 90

10. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$ 的部分图象如图所示,且 $f(\frac{\pi}{4})+f(\frac{7\pi}{12})=0$,则 $f(\frac{\pi}{12})=$



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

11. 已知定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称,且 $y=f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增,若 $a=f(-3)$, $b=f(-\frac{1}{2})$, $c=f(2)$,则 a,b,c 的大小关系为

A. $c<b<a$　　B. $b<a<c$　　C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

12. 过抛物线 $C:y^2=4x$ 焦点 F 的直线与抛物线交于 A,B 两点,若 $|AF|=\frac{4}{3}$,则 $|AB|=$

A. $\frac{10}{3}$　　B. 2　　C. $\frac{14}{3}$　　D. $\frac{16}{3}$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-3,2)$, $\boldsymbol{b}=(x,1)$,若 $\boldsymbol{a}\perp(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$,则 $x=$________.

14. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $S_9=3(a_3+a_k+a_l)$,则 $k=$________, $l=$________.(写出符合要求的一组答案即可)

15. 曲线 $y=x^3-mx$ 在点 $(1,-1)$ 处的切线方程为________.

16. 已知直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的所有顶点都在球 O 的球面上, $AB=AD=\sqrt{3}$, $BD=BC=3$,直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $6\sqrt{6}$,则球 O 的半径为________.

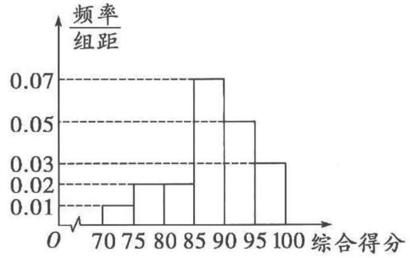
三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

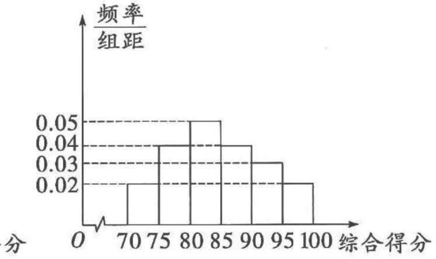
17. (12 分)

为响应国家在《"十四五"工业绿色发展规划》中提出的"推动绿色发展,促进人与自然和谐共生"理念,某企业计划生产一批太阳能电池板,现有甲、乙两种生产工艺可供选择. 为了解两种生产工艺所生产的电池板的质量情况,从中各随机抽取

100 件进行质量检测,得到如下所示的频率分布直方图.



甲生产工艺



乙生产工艺

并规定:

综合得分	[70,85)	[85,100]
质量等级	二等品	一等品

(1)从这 100 个甲工艺所生产的电池板中按质量等级分层抽样抽取 4 个,再从这 4 个中随机抽取 2 个做进一步研究,求恰有 1 个质量等级为一等品电池板的概率;

(2)根据频率分布直方图完成下面的 2×2 列联表,并判断是否有 99%的把握认为电池板的质量等级与生产工艺有关?

	一等品	二等品
甲生产工艺		
乙生产工艺		

附: $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. (12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 已知 $a^2+b^2=c^2+ab\sin C$, $ab=15\cos C$.

(1)求$\triangle ABC$ 的面积;

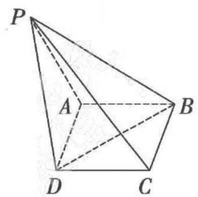
(2)若 $c=2\sqrt{2}$,且 $a<b$,求 A.

19. (12 分)

如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是矩形,$4AD=3AB$, $PD=BD=5$, $PB=4\sqrt{3}$, $\angle PAB=\frac{2\pi}{3}$.

(1)证明:$BC\perp$平面 PAB;

(2)求三棱锥 $P-BCD$ 的体积.



20. (12 分)

已知函数 $f(x)=(ax^2-x+a)e^x$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)当 $0<a<\frac{1}{2}$时,证明 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上有且仅有两个零点.

21. (12分)

已知离心率为$\frac{1}{2}$的椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的顶点所构成的四边形的面积为$4\sqrt{3}$，过右焦点且斜率不为零的直线交 C 于 M,N 两点，A_1 为椭圆左顶点.

(1)求 C 的方程；

(2)设 A_1M,A_1N 的斜率分别为 k_1,k_2，证明：$k_1\cdot k_2$ 为定值.

(二)选考题：共10分。请考生从第22、23题中任选一题作答，并用2B铅笔将答题卡上所选题目对应的题号右侧方框涂黑，按所涂题号进行评分；多涂、多答，按所涂的首题进行评分；不涂，按本选考题的首题进行评分。

22. [选修4-4：坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=1-\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=1+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$($t$ 为参数). 以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为$\rho=-4\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$.

(1)求 C 和 l 的直角坐标方程；

(2)设点 Q 的直角坐标为$(1,\sqrt{3})$，P 为 C 上的动点，求 PQ 中点 R 的轨迹的极坐标方程.

23. [选修4-5：不等式选讲](10分)

已知函数$f(x)=|x+1|-|2x-4a|$.

(1)当 $a=1$ 时，求不等式$f(x)\geqslant 1$的解集；

(2)若$f(x)+|x+1|\leqslant 1$，求 a 的取值范围.