班级＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 准考证号＿＿＿＿ 考场号＿＿＿＿ 座位号＿＿＿＿

装 订 线

绝密★启用前

A 卷

2022 年普通高等学校招生全国统一考试临考押题密卷

文科数学

本试卷共 4 页,23 小题(含选考题),满分 150 分. 考试用时 120 分钟.

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在答题卡上.
2. 作答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔在答题卡上将对应题目选项的答案信息点涂黑;如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案. 答案不能答在试卷上.
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答,答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上;如需改动,先划掉原来的答案,然后再写上新答案;不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答无效.
4. 考生必须保证答题卡的整洁. 考试结束后,将试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

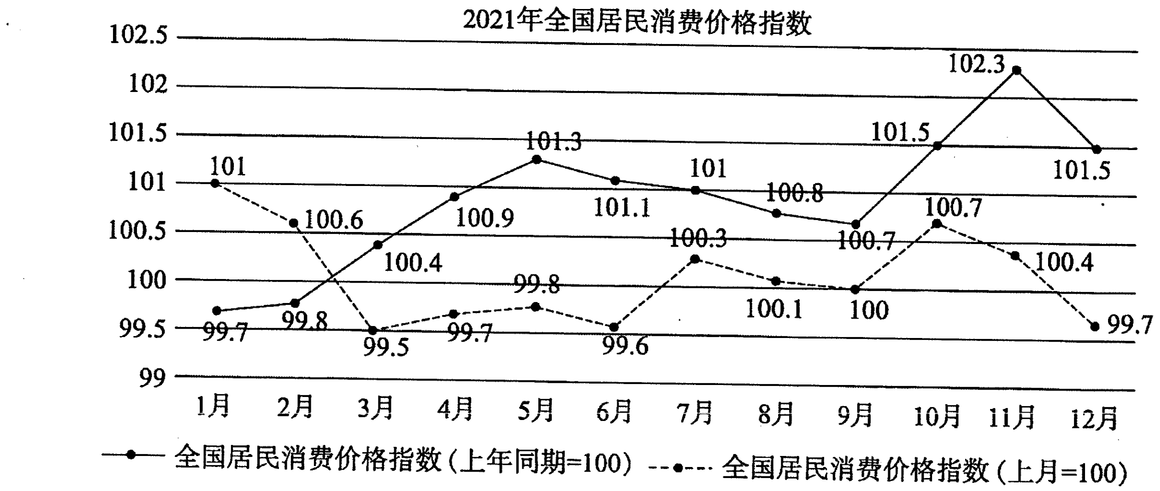
1. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$,$A=\{1,3,5,8,9\}$,$B=\{2,3,4,6\}$,则 $(\complement_U A)\cap B=$ (　　)

A. $\{2,4\}$　　B. $\{2,4,6\}$　　C. $\{1,3,5,7\}$　　D. $\{3\}$

2. 已知复数 z 的实部大于零,其共轭复数为 $\bar{z}$. 若 $z\cdot\bar{z}=4$,且 $\frac{z}{\bar{z}}=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$,则 $z=$ (　　)

A. $\sqrt{3}-i$　　B. $\sqrt{3}+i$　　C. $1-\sqrt{3}i$　　D. $1+\sqrt{3}i$

3. 如图为我国 2021 年全国居民消费价格(物价)指数折线图,根据此折线图知,下列结论不正确的是 (　　)



A. 从 3 月份开始,物价持续 4 个月都在下降
B. 从 7 月份到 11 月份,物价一直在持续上涨
C. 2020 年 11 月份的物价低于 2021 年 9 月份的物价
D. 2021 年物价上涨幅度最大的月份是 1 月份

4. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$,且 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2$,$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2\sqrt{5}$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$ (　　)

A. 4　　B. $4\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $2\sqrt{2}$

5. 已知 $a=\ln 4^{0.25}$,$b=4^{\ln 0.25}$,$c=0.25^{0.25}$,则 (　　)

A. $a>c>b$　　B. $b>c>a$　　C. $c>a>b$　　D. $b>a>c$

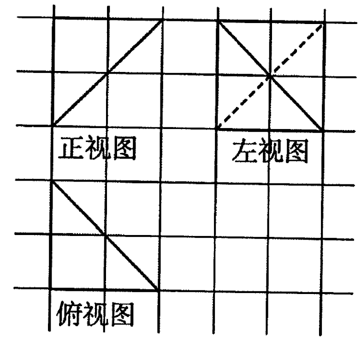
6. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,$a_2=3$,$4S_n-a_n\cdot a_{n+1}=2$,则 $a_{10}=$ (　　)

A. 19　　B. 21　　C. 27　　D. 39

7. 已知不与坐标轴平行的直线 l 与椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 交于 A,B 两点,M 为 AB 的中点. 若 $k_{AB}\cdot k_{OM}=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$,则椭圆的离心率为 (　　)

A. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$　　B. $3-\sqrt{5}$　　C. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

8. 如图,网格纸上的小正方形的边长为 1,粗线部分是某几何体的三视图,则该几何体所有的面中,最大的面积为 (　　)



A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 4

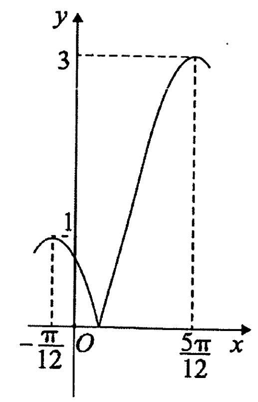
9. 已知 $\sin\alpha+\cos\beta=1$,$\cos\alpha+\sin\beta=\sqrt{3}$,则 $\cos(\alpha-\beta)=$ (　　)

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

10. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$,对任意的 $x\in\mathbf{R}$,都有 $f(x)=-f(4-x)$,且 $f(x)=f(2-x)$,则下列说法正确的是 (　　)

A. $f(x)$ 是以 2 为周期的偶函数　　B. $f(x)$ 是以 2 为周期的奇函数
C. $f(x)$ 是以 4 为周期的偶函数　　D. $f(x)$ 是以 4 为周期的奇函数

11. 已知函数 $f(x)=|A\sin(\omega x+\varphi)+B|\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图像如图,则 $f(x)$ 的解析式为 (　　)



A. $f(x)=\left|2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1\right|$

B. $f(x)=\left|2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+1\right|$

C. $f(x)=\left|3\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1\right|$

D. $f(x)=\left|3\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+1\right|$

12. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$，$F_1$，$F_2$ 分别为双曲线的左、右焦点，M 为双曲线上一点，且 $|MF_1|=2|MF_2|$. 若 A 为 $\triangle MF_1F_2$ 的内心，$\overrightarrow{MA}=m\overrightarrow{MF_1}+n\overrightarrow{MF_2}$，则 $m+n=$ （　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{4}{9}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{8}{9}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} y\geqslant |x-1|, \\ y\leqslant 1, \end{cases}$ 则 $z=3x-2y$ 的最大值为________.

14. 已知递增的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n. 若 $S_3=\frac{7}{2}$，$a_4\cdot a_5=a_7$，则 $a_1=$________.

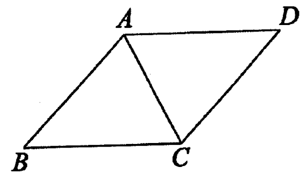
15. 已知球 O 的表面积为 16π，圆锥的顶点与底面圆在球 O 的表面上. 若圆锥的高为 1，则圆锥的体积为________.

16. 已知直线 $y=mx$ 与函数 $f(x)=3x+\ln x-xe^x+1$ 的图像相切，则 $m=$________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

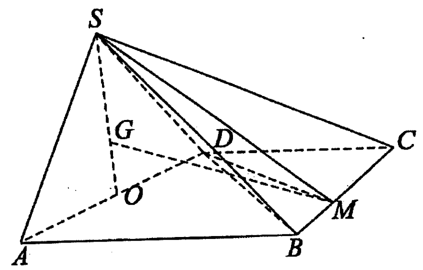
17.（12 分）如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，$AB\cdot\sin\angle BAD=BC\cdot\sin\angle BCD$.



（1）求证：$BC=CD$.

（2）若 $BC=2\sqrt{3}$，$AB=4$，$B=\frac{\pi}{6}$，求 AD 的长.

18.（12 分）如图，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，$AB/\!/CD$，$AB\perp BC$，$\triangle SAD$ 是等边三角形，且 $DA=DC=2$，$AB=3$，点 M 在边 BC 上，且 $BM=\frac{1}{3}BC$，点 G 为 $\triangle SAD$ 的重心，且 SG 交 AD 于点 O.



（1）求证：$GM/\!/$平面 SAB.

（2）若 $SC=\sqrt{10}$，求三棱锥 $B-DMS$ 的体积.

19.（12 分）某高科技企业生产一种高性能芯片，其性能测试平均得分 $\overline{x_0}=86$. 为了提高芯片性能，该企业成立了技术攻关小组，通过技术革新后，分两批随机抽取 10 片芯片进行检测，其中第一批 5 片芯片的性能测试平均得分为 88，标准差为 6，第二批 5 片芯片的性能测试平均得分为 92，标准差为 4.

（1）求这 10 片芯片的测试平均得分 $\overline{x}$ 和方差 s^2.

（2）由以上的平均分和方差为依据，判断技术革新前后，性能得分是否有显著提高.（可通过 t 值的大小来判断，其中 $t=\frac{\sqrt{n}(\overline{x}-\overline{x}_0)}{s}$，$n$ 为样本容量. 若 $t\geqslant 2.306$，则认为有显著提高，否则不认为有显著提高）

（3）现已知第一批 5 片芯片中有 2 片得分最低为 82 分，第二批芯片中有 2 片得分最高为 96 分. 现从 2 批芯片中各随机取 1 片，若芯片得分之差的绝对值不低于 14 的概率超过 0.15，则说明革新后，性能还不稳定，需要进一步优化，使得性能稳定下来，若不超过 0.15，则说明革新后，性能稳定，可以大批量生产，试问是否还要进一步优化.（性能得分精确到整数）

附：$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]=\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-\overline{x}^2$，$\sqrt{3}\approx 1.732$.

20.（12 分）已知抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F，O 为坐标原点，过点 F 作斜率为 1 的直线 l 交 C 于 A,B 两点，且 $\triangle OAB$ 的面积为 $2\sqrt{2}$.

（1）求抛物线 C 的方程.

（2）过点 O 作两条相互垂直的直线 l_1,l_2 分别交抛物线 C 于 P,Q 两点. 若 $OD\perp PQ$，垂足为点 D，是否存在定点 M，使得 $|DM|$ 为定值？如果存在，那么求出定点坐标；如果不存在，那么请说明理由.

21.（12 分）已知 $f(x)=(x-a)\ln x\ (a>0)$.

（1）讨论 $f(x)$ 的零点的个数.

（2）求证：$(x^2-x)\ln x+x+\frac{1}{2}x\cos x-\frac{3}{2}\sin x>0$.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22，23 题中任选一题作答. 如果多做，那么按所做的第一题计分.

22.（10 分）[选修 4－4：坐标系与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程是 $\begin{cases} x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\varphi, \\ y=\frac{1}{2}\sin\varphi \end{cases}$（$\varphi$ 为参数）. 以原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=1+\sqrt{3}\sin\theta\ (\rho\in\mathbf{R})$.

（1）求曲线 C_1 和曲线 C_2 除极点外的交点的极坐标 $(0\leqslant\theta<2\pi)$.

（2）若 A,B 分别为曲线 C_1 和 C_2 上的异于极点 O 的两点，且 $OA\perp OB$，求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

23.（10 分）[选修 4－5：不等式选讲]

已知函数 $f(x)=|x-a|-|x+a^2|\ (a\in\mathbf{R})$，且不等式 $f(x)\leqslant 2$ 的解集为 $\mathbf{R}$.

（1）求 a 的取值范围.

（2）若不等式 $f(x)\leqslant kx-|x+a^2|-|x-2|$ 的解集为 M，且 a 取任意值时，都有 $\left[\frac{3}{2},4\right]\subseteq M$，求实数 k 的取值范围.

座位号______ 考场号______ 准考证号______ 姓名______ 班级______

装 订 线

绝密★启用前

B卷

2022年普通高等学校招生全国统一考试临考押题密卷

文科数学

本试卷共4页,23小题(含选考题),满分150分.考试用时120分钟.

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在答题卡上.

2. 作答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔在答题卡上将对应题目选项的答案信息点涂黑;如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案.答案不能答在试卷上.

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答,答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上;如需改动,先划掉原来的答案,然后再写上新答案;不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答无效.

4. 考生必须保证答题卡的整洁.考试结束后,将试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A=\{x|x^2-2x<8\}$, $B=\{-4,-1,0,1,4\}$,则 $A\cap B=$ ( )

A. $\{0,-1\}$　B. $\{-1,0,1\}$　C. $\{-4,-1,0,1\}$　D. $\{-1,0,1,4\}$

2. 若复数 $\dfrac{2+\mathrm{i}}{a-2\mathrm{i}}$(i为虚数单位)为实数,则 $a=$ ( )

A. 4　B. 1　C. -1　D. -4

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n. 若 $a_2+a_4=22$, $S_4=38$,则 $S_6=$ ( )

A. 72　B. 74　C. 75　D. 76

4. 血氧饱和度是血液中被氧结合的氧合血红蛋白的容量占全部可结合的血红蛋白容量的百分比,即血液中血氧的浓度,它是呼吸循环的重要生理参数.正常人体的血氧饱和度一般不低于95%,在95%以下为供氧不足.当人体长时间处于高原、高空或深海环境中,容易引发血氧饱和度降低,产生缺氧症状,此时就需要增加氧气吸入量.在环境模拟实验室的某段时间内,可以用指数模型:$S(t)=S_0e^{Kt}$ 描述血氧饱和度 $S(t)$(单位:%)随给氧时间 t(单位:时)的变化规律,其中 S_0 为初始血氧饱和度,K 为参数.已知 $S_0=57$,给氧1小时后,血氧饱和度为76.若使得血氧饱和度达到正常值,则给氧时间至少还需要(结果精确到0.1, $\ln 3\approx1.1$, $\ln 4\approx1.4$, $\ln 5\approx1.6$) ( )

A. 0.4小时　B. 0.5小时　C. 0.6小时　D. 0.7小时

5. 有一组样本数据 $x_i(i=1,2,3,4,5)$, $x_i\in\{1,2,3\}$. 若样本的平均数 $\bar{x}=2$,则 ( )

A. 样本的众数为2　B. 样本的极差为2

C. 样本的中位数为2　D. 样本的方差大于1

6. 已知圆 C 过圆 $C_1: x^2+y^2+4x-2y-10=0$ 与圆 $C_2:(x+3)^2+(y-3)^2=6$ 的公共点.若圆 C_1, C_2 的公共弦恰好是圆 C 的直径,则圆 C 的面积为 ( )

A. $\dfrac{11\pi}{5}$　B. $\dfrac{26\pi}{5}$　C. $\dfrac{\sqrt{130}\pi}{5}$　D. $\dfrac{104\pi}{5}$

7. 已知点 $M(x,y)$ 满足不等式组 $\begin{cases}x+2y-4\geqslant0,\\4x-y-2\leqslant0,\\x-y+1\geqslant0,\end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的最大值为 ( )

A. $-\dfrac{2}{11}$　B. -2　C. $-\dfrac{20}{9}$　D. -3

8. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 互相垂直.若 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{5}$, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=3$,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值为 ( )

A. $\dfrac{3}{5}$　B. $\dfrac{4}{5}$　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　D. $\dfrac{1}{2}$

9. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1,点 P 在线段 BD_1 上,且 $PB=2PD_1$,则 AP 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为 ( )

A. 1　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　D. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

10. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的最小正周期为 π,且 $f(0)=f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-f(-\pi)$,则下列说法正确的是 ( )

A. $f(x)$ 在 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增

B. $f(x)$ 在 $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}\right]$ 上单调递减

C. $f(x)$ 的图像关于点 $\left(\dfrac{\pi}{4},0\right)$ 对称

D. $f(x)$ 的图像关于直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 对称

11. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2,实轴长为4,离心率 $e=2$,点 Q 为双曲线右支上的一点,点 $P(0,4)$.当 $|QF_1|+|PQ|$ 取最小值时,点 Q 的纵坐标为 ( )

A. $6+\sqrt{2}$　B. $6-3\sqrt{2}$　C. $6+2\sqrt{2}$　D. $6-2\sqrt{2}$

12. 已知函数 $f(x)=\ln x+4$. 若方程 $|f(x)|=m|x|$ 有三个解,则 m 的取值范围为 ( )

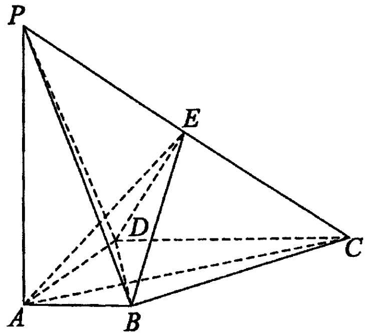
A. $(0,e^3)$　B. $(0,e^2)$　C. $(0,e)$　D. $(1,e^3)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

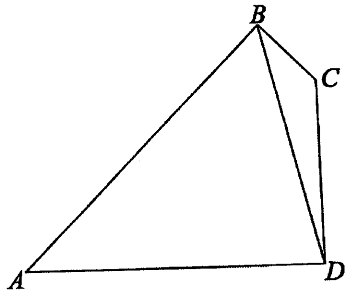
13. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=f(-x+3)$. 当 $x\in[0,2]$ 时，$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}-1$，则 $f(-2\,022)=$________.

14. 已知抛物线 $C:y^2=4x$ 与圆 $E:(x-1)^2+y^2=4$ 交于 A,B 两点，则 $|AB|=$________.

15. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$AD\perp AB$，$AB/\!/CD$，$AD=DC=2$，$AB=1$，E 为棱 PC 的中点. 若四棱锥 $E-ABCD$ 的体积为 2，则三棱锥 $P-ABD$ 外接球的表面积为________.



(第 15 题图)



(第 16 题图)

16. 如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=45°$，$\angle BCD=135°$，$\angle BDC=15°$，$CD=\sqrt{2}$，则四边形 $ABCD$ 面积的最大值为________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

17. (12 分)已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_3=30$，$a_2+a_4=90$，其前 n 项和为 S_n. 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\frac{n}{3}a_n$.

(1)求 $a_1+a_3+\cdots+a_{2n-1}$.

(2)求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18. (12 分)数字人民币是由中国人民银行发行的数字形式的法定货币，由指定运营机构参与运营并向公众兑换，与纸钞和硬币等价. 为了进一步了解普通大众对数字人民币的认知情况，某机构随机抽取 160 名居民进行了一次问卷调查，统计结果如下：

	45 岁及以下	45 岁以上
不了解数字人民币	20	65
了解数字人民币		15

(1)根据所给数据，完成下面的 2×2 列联表.

	45 岁及以下	45 岁以上	总计
不了解数字人民币	20	65	
了解数字人民币		15	
总计			160

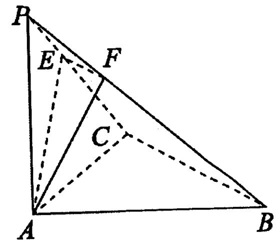
根据列联表，判断是否有 99.9%的把握认为“是否了解数字人民币”与“年龄高低”有关.

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

(2)从了解数字人民币的居民中按照分层抽样的方法抽取 5 人作为调查对象，再从这 5 人中随机抽取 2 人作进一步调查，求抽取的 2 人恰好 1 人是45 岁及以下的居民，1 人是45 岁以上的居民的概率.

19. (12 分)如图，三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp$ 平面 ABC，$AC\perp BC$，$PA=2AC=BC$，E,F 分别是 PC,PB 上的点，且 $CE=2EP$，$BF=2FP$.



(1)求证：平面 $PAC\perp$ 平面 AEF.

(2)若 $PA=6$，求点 B 到平面 AEF 的距离.

20. (12 分)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的上顶点为 M，下顶点为 N，左、右焦点分别为 F_1,F_2，四边形 MF_1NF_2 的面积为 $2\sqrt{3}$，且 $\triangle MNF_1$ 为正三角形.

(1)求椭圆 C 的标准方程.

(2)当直线 $l:y=kx+\frac{1}{2}$ 与椭圆 C 交于 A,B 两点时，满足 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-2$，求直线 l 的方程.

21. (12 分)已知函数 $f(x)=\cos x+x\sin x$，且直线 $y=a$ 与 $f(x)$ 的图像在 $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 上有交点.

(1)求实数 a 的取值范围.

(2)设函数 $g(x)=a\sin x-x-f(x)\left(x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right]\right)$ 的最小值为 $g(m)$，求证：$g(m)<1-\pi$.

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22，23 题中任选一题作答. 如果多做，那么按所做的第一题计分.

22. (10 分)[选修 4-4：坐标系与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=1+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta-6\rho\sin\theta+9=0$.

(1)求 l 的普通方程和圆 C 的直角坐标方程.

(2)设 l 与 C 的交点为 M,N，证明：$\triangle CMN$ 是等腰直角三角形.

23. (10 分)[选修 4-5：不等式选讲]

设函数 $f(x)=2+|a\cos x-1|+|a-1|$.

(1)若 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)>4$，求 a 的取值范围.

(2)在(1)的条件下，记 a 的最小正整数为 m，且正实数 b,c 满足 $b+c=m$，求 $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ 的最小值.