

数 学

新素材

答案链接:P43

考情解读 新素材通常出现在函数与导数、概率与统计、排列组合等考点中. 试题多以中华优秀传统文化、我国社会经济和科技发展中取得的成就、实际生产生活等为素材, 引导学生领略民族智慧, 关注社会主义建设成果, 激发青年学生树立为国家服务、奉献科技事业的信念, 增强社会责任感、民族自信心和自豪感, 树立正确的人生观、价值观、世界观. 考查学生观察问题、分析问题和解决问题的能力以及空间想象、运算求解、数据分析等能力, 促使学生提高数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数据处理与数学运算的数学学科核心素养.

1. 结合《隋书·天文志》考查数学运算

《隋书·天文志》中将一日分为十时, 昼夜各五分. 昼为朝、禺、中、晡、夕; 夜为甲、乙、丙、丁、戊 (后用五更来表示). 将一夜分为五更, 每更分为五点, 一更相当于现在的两个小时. “三更四点”相当于现在的凌晨 1 时又 96 分钟, 即 2 时 36 分. 则晚上 9 时 24 分为

- A. 一更一点
- B. 一更二点
- C. 二更一点
- D. 二更二点

2. 结合合成“粮食”技术考查图表分析

23 年高考押题卷, 一手更新微信 aa1ss33555

某科研团队通过电催化结合生物合成的方式, 将二氧化碳高效还原合成高浓度乙酸, 并进一步利用微生物合成葡萄糖和油脂. 该突破为人工和半人工合成“粮食”提供了新技术. 在实验过程中, 科研人员将收集到的实验组与对照组的实验数据进行记录, 如图所示, 由于不小心被化学物质腐蚀了两个数据, 已知被腐蚀前对照组的数据总值比实验组大 35, 被腐蚀后实验组的中位数增加了 1, 则对照组与实验组被腐蚀数据分别是

对照组							实验组					
					2	0	6	8				
7		4	4	4	4	1	0	2	2		5	6
6	4	3	3	2	0	2	1	1	2	3		

- A. 16; 14
- B. 15; 14
- C. 16; 13
- D. 15; 13

3. 结合中国人民解放军空军成立 73 周年考查排列组合

2022 年是中国人民解放军空军成立 73 周年, 为增强大学生的国防意识, 捍卫国家领空安全, 培养爱国主义精神, 某高校特举办相关主题讲座, 分为 5 个部分进行讲解. 在讲座结束后, 该校组织学生座谈会, 将学生分为 3 个小组, 每个小组选取讲座中的某一部分发表感想, 则恰好有 2 个小组针对同一部分发表感想的不同情况有

- A. 75 种
- B. 60 种
- C. 48 种
- D. 36 种

4. 结合高速磁浮交通系统考查函数模型

我国自主研发的世界首套设计时速达 600 公里的高速磁浮交通系统是当前可实现的“地表最快”交通工具,因此也被形象地称为“贴地飞行”.若某高速磁浮列车初始加速至时速 600 公里阶段为匀加速状态,此过程位移 x 与时间 t 关系满足函数 $x(t)=v_0t+\frac{1}{2}kt^2$ (v_0 为初速度, k 为加速度且 $k\neq 0$),且位移的导函数是速度与时间的关系 $v=x'(t)=v_0+kt$. 已知从静止状态匀加速至位移 $\frac{10}{7}$ 公里需 60 s,则时速从零加速到时速 600 公里需

- A. 120 s B. 180 s C. 210 s D. 240 s

5. 结合无偿献血考查数字特征

我国提倡十八周岁至五十五周岁的健康公民自愿献血. 每年献血 1-2 次可以提高细胞造血能力,加快血液循环,促进血液新陈代谢,新生的血细胞能向全身输送更多的氧气和营养,从而使身体更有活力,增强对疾病的抵抗力. 某单位统计 200 名 18-55 周岁的职工最近两年无偿献血数据如下表所示:

献血次数 献血量	0	1	2	3	4
200 cc	37	46	24	18	10
400 cc		27	16	13	9

则这 200 名职工献血量的平均值为 _____ cc;献血次数的方差为 _____.

6. 结合《缉古算经》考查函数零点问题

王孝通的《缉古算经》是中国现存最早求解三次方程的著作,其中有一个问题是“假令筑龙尾堤,其堤从头高、上阔以次低狭至尾. 上广多,下广少,堤头上下广差六尺,下广少高一丈二尺,少袤四丈八尺……问:龙尾堤从头至尾高、袤、广及各县别给高、袤、广各多少?”书中用两个三次方程求解此问题,其中一个方程为 $x^3+62x^2+696x=38448$ ($x>0$),则该方程的解的个数为 _____.

7. 结合学生社会实践考查正态分布

某高校鼓励学生深入当地农村拍摄宣传片,带动当地旅游业的发展,帮助当地居民提升经济收入. 若统计发现在某一时段内,200 部宣传片的浏览量 X (万次)服从正态分布 $N(1.5, 0.09)$,则该时段内这 200 部宣传片中浏览量在 $(0.9, 1.8]$ 万次的个数约为 _____.

(参考数据: $P(\mu-\sigma < X \leq \mu+\sigma) \approx 0.6827$, $P(\mu-2\sigma < X \leq \mu+2\sigma) \approx 0.9545$)

8. 结合世界杯比赛规则考查相互独立事件的概率

随着阿根廷队的夺冠,2022 年卡塔尔足球世界杯落下帷幕. 根据足球比赛规则,两支球队先进行 90 分钟常规赛. 若比分相同,则进行 30 分钟加时赛;如果在加时赛比分依旧相同,则进入 5 球点球大赛. 若甲、乙两队在常规赛与加时赛中得分均相同,则甲、乙两队轮流进行 5 轮点球射门,进球得 1 分,不进球不得分. 假设甲队每次进球的概率均为 0.8,乙队每次进球的概率均为 0.5,且在前两轮点球中,乙队领先一球,已知每轮点球大赛结果相互独立,则最终甲队获胜的概率为 _____.

9. 结合个人养老金考查条件概率

(12 分) 个人养老金制度明确参加人每年除单位缴纳的养老金外可以额外再缴纳个人养老金, 上限为 12000 元. 某机构就是否愿意缴纳个人养老金的情况随机采访了 200 位市民, 假设被采访者只给出“愿意缴纳个人养老金”或“不愿意缴纳个人养老金”两种结果. 已知 200 位市民中不愿意缴纳个人养老金的市民占总人数的 30%, 将愿意缴纳个人养老金的市民按照年龄进行分组, 得到如下的频数分布表.

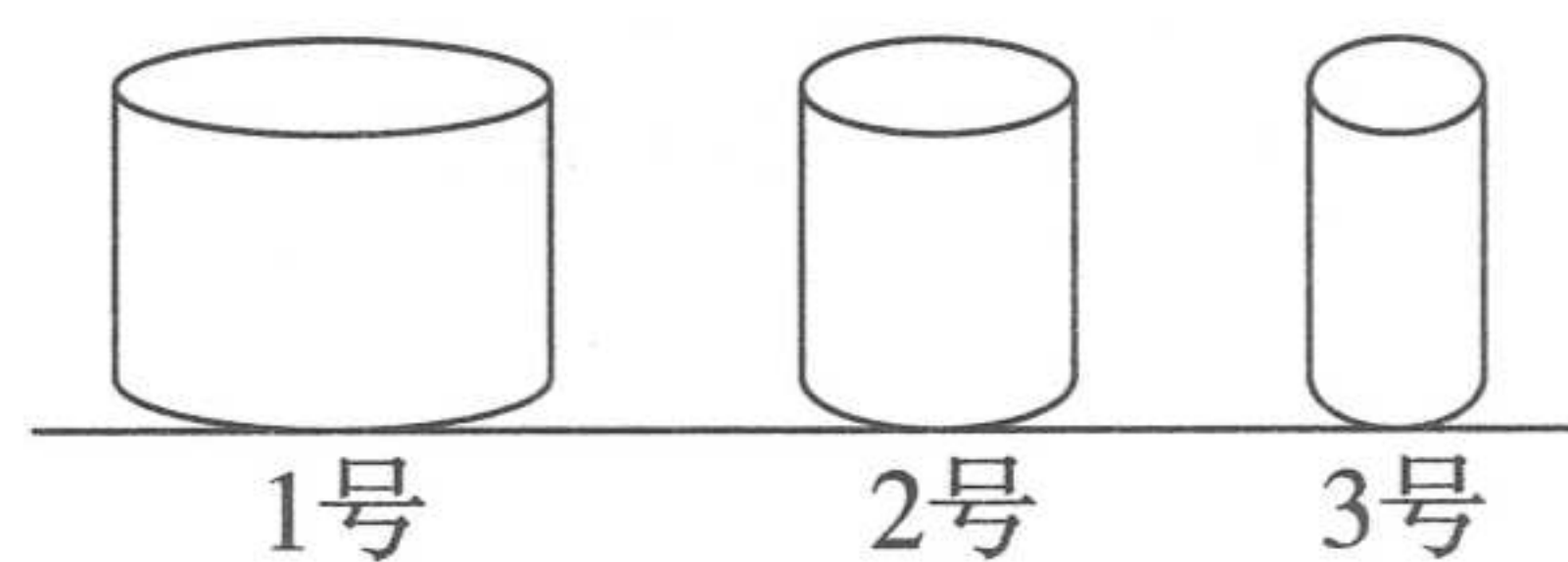
年龄	$[20, 30)$	$[30, 40)$	$[40, 50)$	$[50, 60]$
频数	8	22	m	50

- (1) 求 m ;
- (2) 估计该市一位市民愿意缴纳个人养老金且年龄位于 $[30, 50)$ 的概率;
- (3) 估计在愿意缴纳个人养老金条件下, 该市一位市民的年龄位于 $[40, 60]$ 的概率.

腾远
原创

10. 结合投壶游戏考查排列组合与概率

(12分)投壶是中国古代士大夫宴饮时常进行的一种投掷游戏,至今深受人们的喜爱.某校趣味运动会上,为增加项目的趣味性与难度,规定比赛规则如下:如图,选手站在虚线处,手持“弓箭”随机掷向前方的三个“壶”中的任意一个,每名选手可投掷5个大小形状质量相同,编号不同的“弓箭”.每次“弓箭”投中1号、2号、3号“壶”中分别可得3分、4分、5分,没有投中计0分,每名选手将累计得分作为最终成绩.



(1)若某位选手最终累计得分为17分,求该选手5次投掷“弓箭”投中1号、2号、3号“壶”或没有投中的所有可能情况的种数;

(2)若选手A投中1号、2号、3号“壶”的概率分别为0.7,0.5,0.3.假设每次投掷结果相互独立,且不会出现误中其它“壶”的情况;

(i)已知选手A决定5次投掷同一个目标“壶”,且比赛中途不变更投掷目标.若以累计得分作为决策依据,你建议选手A选择几号“壶”进行投掷?

(ii)已知选手B最终累计得分为23分,请你帮A设计一种可能赢B的投掷方案,并计算该方案A获胜的概率.

新角度

答案链接: P44

考情解读

新角度通常出现在数列、函数与导数、解析几何、立体几何等考点中,包括新定义、新交汇、新载体、新设问四种类型.新角度试题中,新定义常会引入新的概念或形式,通过“现学现用”的方式考查学生的学习理解和应用的能力;新交汇常会将各考点的考向综合命题,强调独立思考、增强思维的灵活性;新载体常会利用考点下没有考查过的元素,如立体几何的图形、解析几何的曲线类型、函数与导数的函数类型等进行命题;新设问基本会结合考点下的常考知识点进行设问上的创新,考查运算求解能力、推理论证能力、空间想象能力及创新意识,数形结合思想、化归与转化思想,数学运算、直观想象、逻辑推理的数学核心素养.

1. 结合 R 函数考查导数的几何意义

(多选)若函数 $y=f(x)$ 的图象上至少存在两点,使得函数的图象在两点处的切线互相平行,则称 $y=f(x)$ 为 R 函数,则下列函数可称为 R 函数的有

A. $f(x)=x^2+\sin x$

B. $f(x)=x^2\ln x$

C. $f(x)=e^x-\frac{x^3}{3}$

D. $f(x)=\frac{\cos x}{e^x}$

2. 数列与计数原理交汇

(多选)有限项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_{n+1}=\frac{m-n+1}{n}a_n (n=1,2,\dots,m)$, 则

A. $a_{m+1}=1$

B. 数列 $\{a_n\}$ 中存在唯一的最大项

C. $a_1+a_2+\dots+a_{m+1}=2^m$

D. $a_1-a_2+\dots+(-1)^ma_{m+1}=1$

3. 以卡西尼卵形线为载体考查解析几何

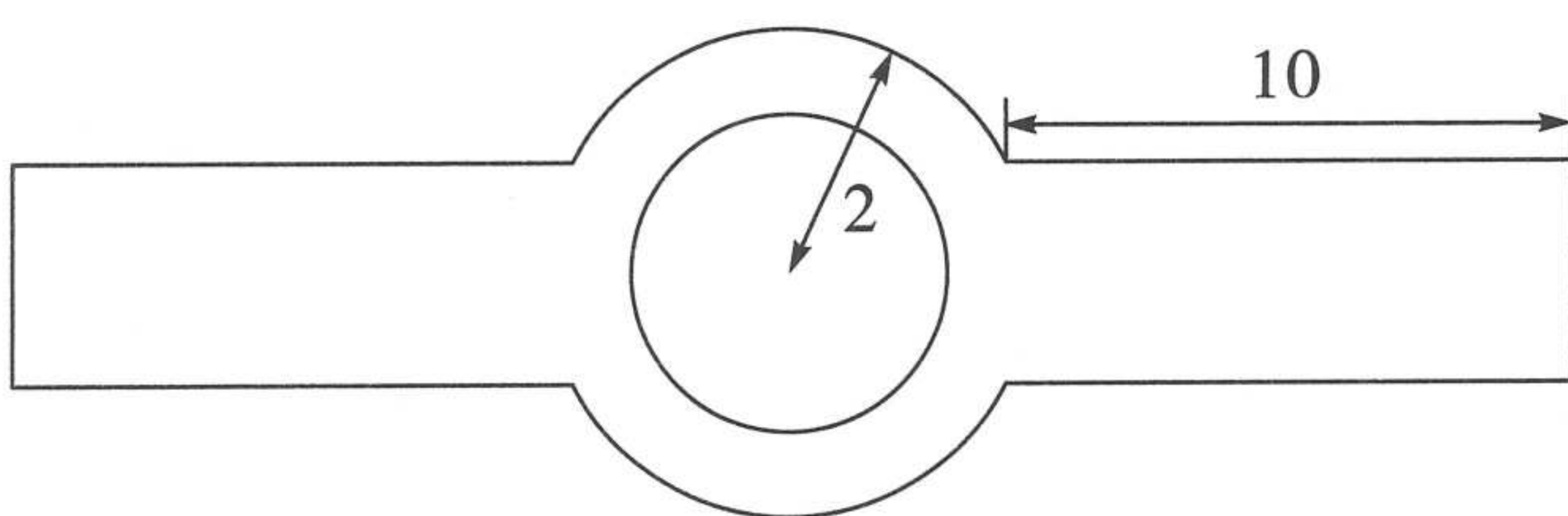
卡西尼卵形线是由到两个定点(焦点)距离之积为常数的所有点组成的图形.已知卡西尼卵形线 $R:(x^2+y^2)^2-2c^2(x^2-y^2)=a^4-c^4 (a>0, c>0)$ 的左、右焦点分别为 $A(c,0), B(-c,0)$, 点 P 在曲线 R 上, $|PA|\cdot|PB|=a^2\geq|AB|$. 若曲线 R 与 y 轴有交点,且存在点 P 满足 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$, 则 $\frac{c}{a}$ 的取值范围是_____.

4. 以球形礼盒为载体考查与球有关的计算

如图①,某球形礼盒的正中间有一圆形按钮,该按钮及其环带展开后可近似看作如图②所示的轴对称图形,则此球形礼盒的表面积的最小值为_____.



图①



图②

5. 以一边作等边三角形为设问考查解三角形

(12分) 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sqrt{3}(c-a) = b(\sqrt{3}\cos A - \sin A)$, $b = 2\sqrt{3}$, 点 M 在 AC 上, 且 $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MA}$, $BM = \frac{2\sqrt{21}}{3}$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的周长;

(2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 以 BM 为边作等边 $\triangle BMN$, 且 MN 与 AB 交于点 P , 求 $\frac{PN}{PM}$.

6. 以抛物线与圆为载体考查解析几何

(12分) 已知点 P 在抛物线 $x^2 = 2y$ 上, $R(0, 1)$, 连接 RP 并延长至 Q , 使得 $RP = PQ$, 记点 Q 的轨迹为曲线 C .

(1) 求 C 的方程;

(2) 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$, $D(0, -1)$, 过圆心 O 且斜率存在的直线 l 与圆 O 交于点 M, N , 且直线 DM, DN 与曲线 C 分别交于点 A, B , 求 $\triangle ABD$ 面积的最小值.

7. 结合 $f(x) = a \Theta b$ 考查函数零点问题

(12分) 已知函数 $f(x) = a \Theta b$, 其中 $a = \left(\frac{m}{2}, 1+x\right)$, $b = (e^x, 1-2x)$. 定义 $a = (m, n)$, $b = (p, q)$ 时, $a \Theta b = mp - nq$.

- (1) 若 $m=0$, 求函数 $f(x)$ 的零点; 23年高考押题卷, 一手更新微信aa1ss33555
(2) 若函数 $f(x)$ 有且仅有两个零点, 求 m 的取值范围.

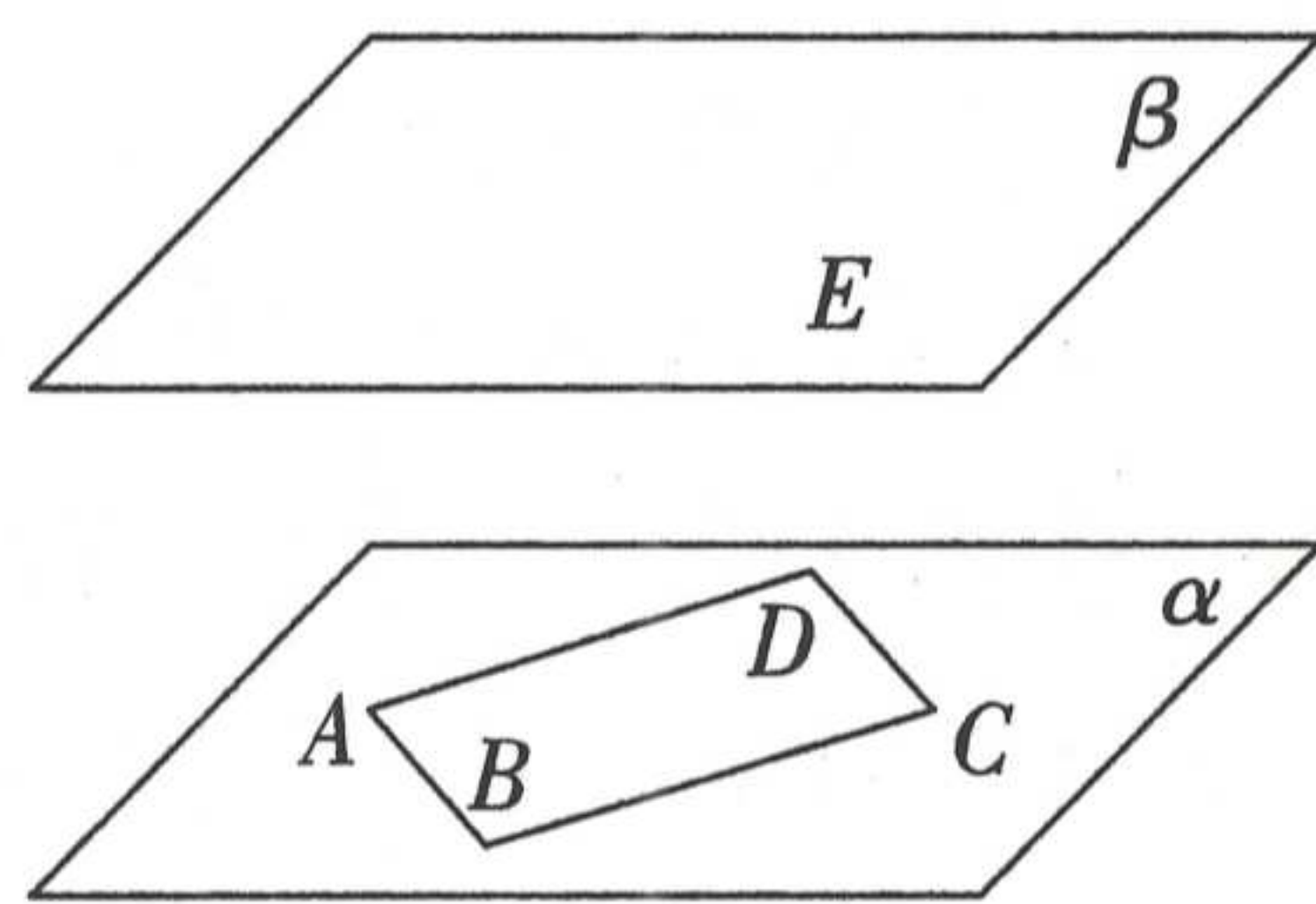
8. 立体几何与解析几何交汇

(12分) 如图, 平面 $\alpha \parallel$ 平面 β , 菱形 $ABCD \subset$ 平面 α , $AC=2$, E 为平面 β 内一动点.

- (1) 若平面 α, β 间的距离为 3, 设直线 AE, CE 与平面 α 所成的角分别为 θ, φ , $\frac{1}{\tan \theta} + \frac{1}{\tan \varphi} = 2$, 求

动点 E 在平面 α 内的射影 F 的一个轨迹方程;

- (2) 若点 E 在平面 α 内的射影为 A , 证明: 直线 CE 与平面 BDE 所成的角与 $\angle BAD$ 的大小无关.



新题型

答案链接:P48

考情解读

新题型通常有结构不良和结论开放两种类型,“结构不良”是指构成问题的目标、条件及解决问题的方法三者存在某种不确定性,因而也常常没有唯一、标准的答案,难度与用时也有区别;“结论开放”是指通过增加答案的开放性、思路的灵活性及情境的探究性设置试题.新题型具有很强的开放性,改变相对固化的试题形式,减少死记硬背和“机械刷题”现象.考查学生的运算求解能力、推理论证能力、应用意识及创新意识,数形结合思想、化归与转化思想,数学运算、逻辑推理的数学核心素养.

1. 结论开放·三角函数的最值不唯一

已知函数 $f(x) = m\sin x + n\cos x$ 的图象与直线 $y = 3$ 有交点,与直线 $y = \frac{7}{2}$ 无交点,记 $M = m^2 + n^2$,且

$M \in \mathbb{N}^*$, 则 $M =$ _____.

2. 结论开放·二项式的次数不唯一

若 $(x^{-5} + x)^n$ ($n \leq 12, n \in \mathbb{N}^*$) 的展开式中含有常数项,则 $n =$ _____.

3. 结论开放·解析几何的点坐标不唯一

写出一个同时满足下列条件①②的点的坐标 _____.

①该点的横、纵坐标均为正整数;

②该点到点 $A(-2, -2)$ 的距离比到点 $B(2, 2)$ 的距离大 4.

4. 条件与结论均开放·成为真命题的情形不唯一

把下面不完整的命题补充完整,并使之成为真命题.

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} - a_n a_{n+1} - a_n = 1$, 若 $a_1 =$ _____, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 2023 项积为 _____.

注:填上你认为可以成为真命题的一种情形即可.

5. 条件开放·平面向量的模长不唯一

已知向量 a, b, c , 其中 a, b 为单位向量, 且 $a \perp b$, 若 $|c| =$ _____, 则 $(a - c) \perp (b - 2c)$.

注:填上你认为正确的一种条件即可,不必考虑所有可能的情形.

6. 结构不良·三角恒等变换条件不明确

对于锐角 θ , 给出下列条件:

① $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$; ② $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$;

③ $\frac{\sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta} = \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta}$;

④ $\tan \theta = \frac{2\cos \theta}{5 + \sin \theta}$;

⑤ $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{10}$.

能使 $\tan 2\theta > 0$ 的条件有 _____ (要求从①②, ③④⑤两组中分别选择一个).

7. 结构不良 · 解三角形条件 & 结论均不明确

(10 分) 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c .

(1) 从下面①②③中选取两个作为条件, 证明另外一个成立;

① $(b+c)^2 - 1 = 2bc(\cos A + 1)$; ② $b+c=2$; ③ $c(1+\cos A) = a(2-\cos C)$.

(2) 若点 M 为 $\triangle ABC$ 外的一点, 且 $\angle AMB \in \left(0, \frac{2\pi}{3}\right)$, $MA=2MB=2$. 当 $\triangle ABC$ 为等边三角形时, 求

四边形 $MACB$ 面积的取值范围.

注: 若选择不同的组合分别解答, 则按第一个解答计分.

8. 结构不良 · 立体几何结论不明确

(12 分) 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AD=\frac{1}{2}AA_1=1$, E 为 DD_1 的中点.

(1) 证明: 平面 $EAB \perp$ 平面 EA_1C_1 ;

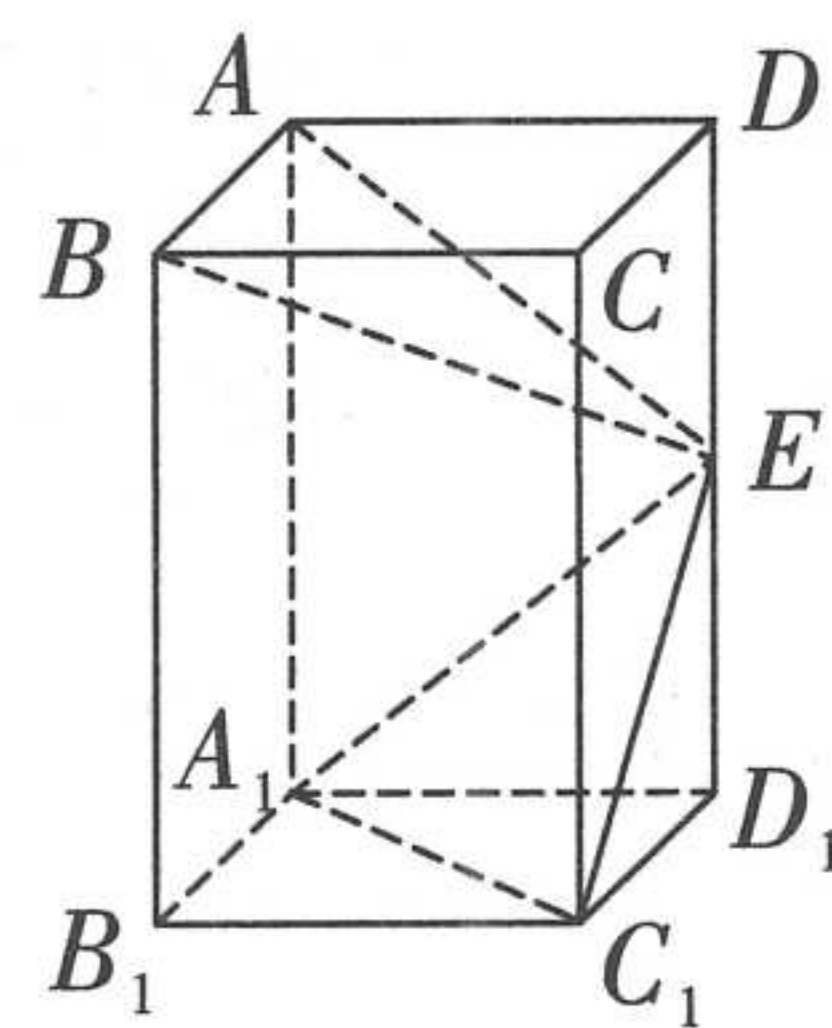
(2) 若点 F 在 $\triangle EA_1C_1$ 内, 且 $D_1F \parallel BE$, 从下面三个结论中选一个求解.

① 求直线 BF 与平面 EA_1C_1 所成角的正弦值;

② 求平面 FAB 与平面 EAB 所成角的余弦值;

③ 求二面角 $AB-F-A_1C_1$ 的余弦值.

注: 若选择多个结论分别解答, 按第一个解答计分.



9. 结构不良·解析几何条件不明确

(12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 及点 $P(2, 2)$, M 为 C 的上顶点, 过点 P 作直线 l 与 C 交于 A, B 两点.

(1) 从下面两个条件中选一个, 求 $|AB|$;

①直线 l 关于原点对称; ②直线 l 过点 $(1, 0)$.

(2) 证明: $\frac{1}{k_{MA}} + \frac{1}{k_{MB}}$ 为定值.

注: 若选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

10. 结构不良·函数与导数条件不明确

(12分) 设函数 $f(x) = mx \ln x (m > 0)$, 已知 $\forall x > 0, f(x) \leq x^2 - x$.

(1) 求 m ;

(2) 从下面两组条件中选一组, 求直线 $y = ax + b$ 和曲线 $y = f(x)$ 的交点个数.

① $-2 < a < 0, -\frac{1}{e^3} < b < 0$; ② $4 < a < 6, -e^3 < b < -1$.

注: 若选择多组条件分别解答, 按第一组解答计分.