黑卷 姓名__________ 准考证号__________

（在此卷上答题无效）

绝密★启用前

2023年普通高等学校招生全国统一考试

数　学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题的答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

86187

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

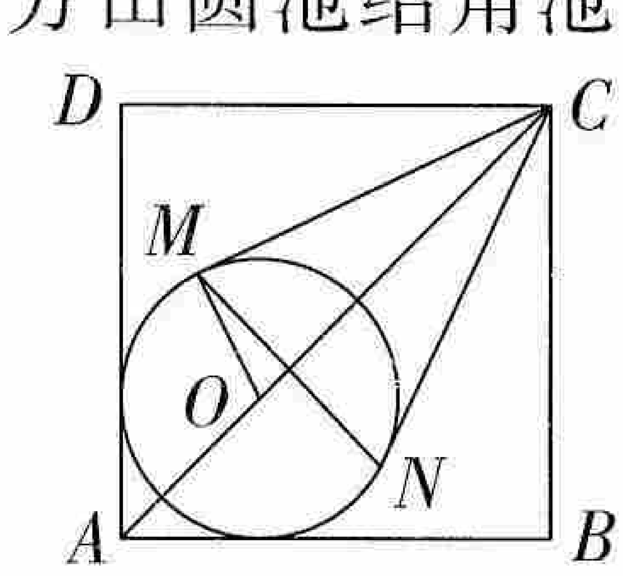
1. 已知$(1-\mathrm{i})z-2\mathrm{i}=2$，则$|z|=$

A. 2　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. 1　　D. $\dfrac{1}{2}$

2. 设集合$A=\{x\in\mathbf{N}^*\,|\,x^2-2x-8<0\}$，$B=\{x\,|\,x-a>0\}$，集合$A\cap B$中恰好含有2个元素，则实数$a$的取值范围为

A. $(1,2)$　　B. $[1,2)$　　C. $(1,2]$　　D. $[1,2]$

3. 我国古代数学家朱世杰所著《四元玉鉴》记载有“锁套吞容”之“方田圆池结角池图”，意思是说，有一块正方形田地，在其一角有一个圆形的水池(其中圆与正方形一角的两边均相切)，如图所示. 已知圆O的半径为2丈，过C作圆O的两条切线，切点分别为M,N，若$MN=\sqrt{3}OM$，则对角线AC长度为

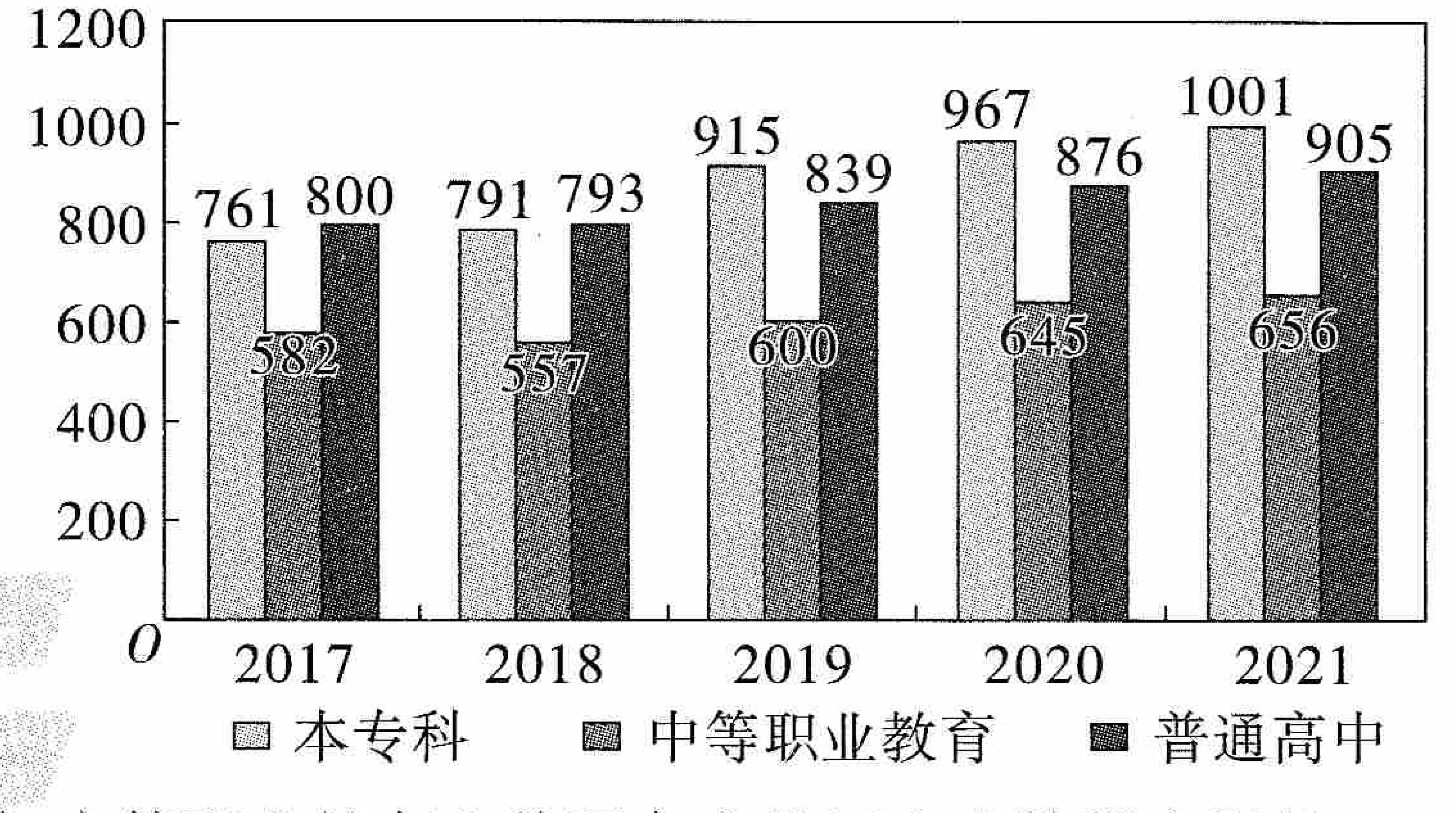


A. $4+2\sqrt{2}$丈　　B. $2+\sqrt{2}$丈

C. $10-2\sqrt{2}$丈　　D. $2+4\sqrt{2}$丈

4. 国家统计局公报显示绘制出的 2017−2021 年每年本专科、中等职业教育及普通高中的招生人数(单位:万)统计图如下图所示,则下列关于 2017−2021 年说法正确的是

2017−2021年本专科、中等职业教育及普通高中的招生人数



A. 每年本专科、中等职业教育和普通高中的招生人数都在增长

B. 中等职业教育和普通高中的招生人数差距最大的年份是 2019 年

C. 本专科每年的招生人数增幅最大的年份是 2018 年

D. 本专科的招生人数所占比例最高的年份是 2021 年

5. 已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,$a_4=1$,$S_8=3(a_2+a_4+a_6+a_8)$,则

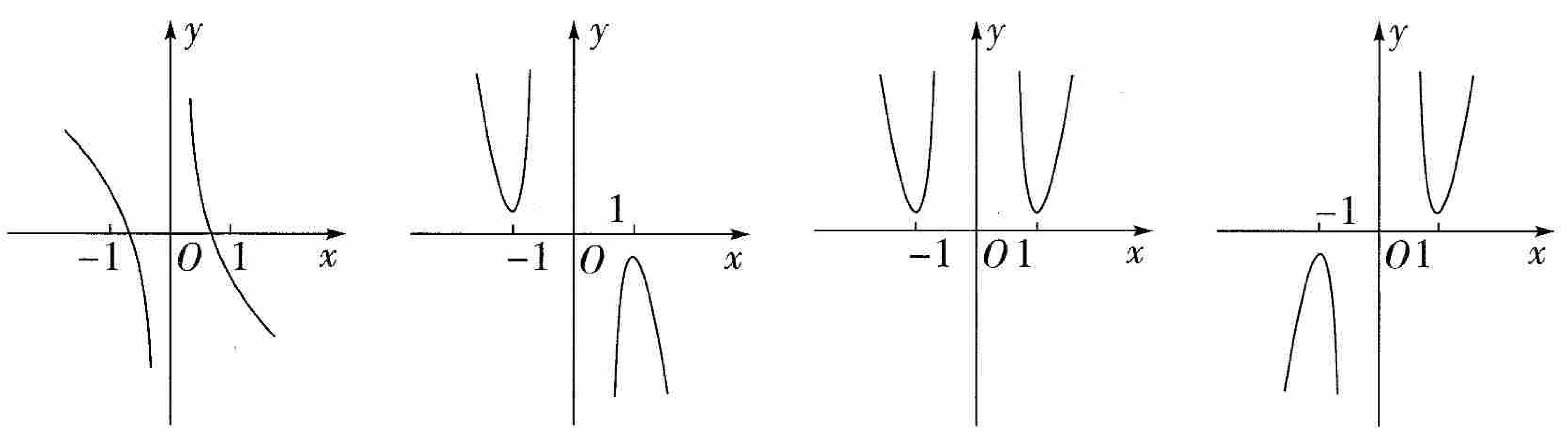
A. $a_n=2^{n-4}$　　B. $a_n=2^{n+4}$

C. $S_n=16+2^{4-n}$　　D. $S_n=16-2^{4-n}$

6. 设函数$f(x)=\dfrac{x}{e^x}$,则曲线 $y=f(x)$在$(-1,f(-1))$处的切线与两坐标轴围成的三角形面积为

A. e　　B. $\dfrac{e}{2}$　　C. $\dfrac{e}{4}$　　D. $\dfrac{e}{8}$

7. 函数$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{\ln|x|}{x}$的图象可能为



A　　B　　C　　D

8. 过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 的直线交抛物线于 A,B 两点，$\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$，且 $|AB|=8$，则 $p=$

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

9. 已知函数 $f(x)=\cos\left(\omega x+\dfrac{2\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 在区间 (a,b) 内单调且 $b-a=\dfrac{\pi}{2}$，在区间 $\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right)$ 内存在最值点，则当 ω 取得最大值时，满足 $f(x_0)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 的一个 x_0 值可能为

A. 0　　B. $\dfrac{\pi}{12}$　　C. $\dfrac{\pi}{6}$　　D. $\dfrac{\pi}{3}$

10. 已知四棱锥 P-$ABCD$ 的底面 $ABCD$ 为梯形，$AB//DC$，$\angle BAD=90°$，$AD=CD=2$，$AB=4$，$\triangle PAB$ 为正三角形，平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，E，F 分别为 PA，PB 的中点，则

A. $CF//$平面 PAD　　B. PD 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

C. $DE\perp PB$　　D. 四棱锥 P-$ABCD$ 的体积为 $8\sqrt{3}$

11. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，$F_1$，$F_2$ 为 C 的左、右焦点，$B(0,4b)$，直线 BF_2 与 C 的一支交于点 P，且$\dfrac{|BP|}{|PF_2|}=\lambda(\lambda\geqslant1)$，则 C 的离心率最大值为

A. $\sqrt{5}$　　B. 2　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{5}$

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2,x<0,\\(x-1)^2,x\geqslant0,\end{cases}$ 函数 $y=t$ 的图象与曲线 $y=f(x)$ 有 3 个不同的交点，其横坐标依次为 x_1,x_2,x_3，设 $x_1<x_2<x_3$，则 $x_2-x_1x_3$ 的取值范围为

A. $\left[2,\dfrac{86}{27}\right]$　　B. $\left(2,\dfrac{86}{27}\right]$　　C. $(2,3]$　　D. $[2,3]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(x+1,\sqrt{3})$，$\boldsymbol{b}=(1,0)$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2$，则向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为________.

14. 2022 年 11 月 29 日，神舟十五号载人飞船成功发射升空，在飞船入轨后未来 6 个月里，空间站将逐步解锁、安装并测试 15 个科学实验机柜，开展涵盖空间科学研究与应用、航天医学、航天技术等领域的 40 余项空间科学实验和技术试验. 已知此科学实验机柜在投入使用前会进行调试工作，现有 8 个科学实验机柜，其中包括 5 个 A 类型、3 个 B 类型，两名调试员计划共抽取 3 个机柜进行调试，则至少有 1 人抽到 B 类型机柜进行调试的概率为________.

15. 已知正项数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，满足 $4S_n=a_n^2+2a_n-8$，则 $a_8=$________.

16. 在直四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AD=2$，$AA_1=4$，M，N 在棱 BB_1，DD_1 上，且 $B_1M=2$，$D_1N=1$，过 A_1MN 的平面交 CC_1 于 G，则截面 A_1MGN 的面积为________；若线段 A_1G 上存在一点 P，使得 $AP\perp A_1G$，则$\dfrac{PG}{A_1G}=$________.（第一空 2 分，第二空 3 分）.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17. （12 分）

已知锐角△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c. 在下列三个条件①$\boldsymbol{m}=\left(\sin A,-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$\boldsymbol{n}=(2\cos 2A,2\cos A)$，且 $\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{n}$；②$a\sin B=\sqrt{3}b\cos A$；③$\cos^2 B+\cos^2 C=\cos^2 A+1-\sin B\sin C$ 中任选一个，回答下列问题.

（1）求 A；

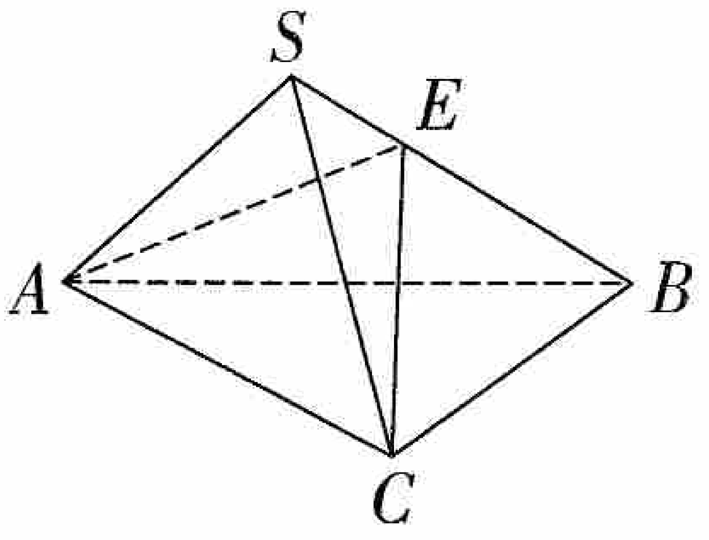
（2）若 $a=2$，求△ABC 面积的最大值.

18. (12 分)

在三棱锥 $S\text{-}ABC$ 中,底面 ABC 是边长为 4 的正三角形,侧面 $SAC\perp$ 底面 ABC,$SA=SC$,$SB=2\sqrt{5}$,点 E 在线段 SB 上,且 $\dfrac{SE}{EB}=\dfrac{2}{3}$.

(1)证明:$SB\perp$ 平面 ACE;

(2)求二面角 $A-SB-C$ 的正弦值.



19. (12 分) 23年高考押题卷, 一手更新微信aa1ss33555

锚定 2060 碳中和,中国能源演进"绿之道",为响应绿色低碳发展的号召,某地在沙漠治理过程中,计划在沙漠试点区域四周种植红柳和梭梭树用于防风固沙,中间种植适合当地环境的特色经济作物,通过大量实验发现,单株经济作物幼苗的成活率为 0.8,红柳幼苗和梭梭树幼苗成活的概率均为 p,且已知任取三种幼苗各一株,其中至少有两株幼苗成活的概率不超过 0.896.

(1)当 p 最大时,经济作物幼苗的成活率也将提升至 0.88,求此时三种幼苗均成活的概率($\sqrt{10.24}=3.2$);

(2)正常情况下梭梭树幼苗栽种 5 年后,其树杆地径服从正态分布 $N(250,5^2)$(单位:mm).

(ⅰ)梭梭树幼苗栽种 5 年后,若任意抽取一棵梭梭树,则树杆地径小于 235 mm 的概率约为多少?(精确到 0.001)

(ⅱ)为更好地监管梭梭树的生长情况,梭梭树幼苗栽种 5 年后,农林管理员随机抽取了 10 棵梭梭树,测得其树杆地径均小于 235 mm,农林管理员根据抽检结果,认为该地块土质对梭梭树的生长产生影响,计划整改地块并选择合适的肥料,试判断该农林管理员的判断是否合理?并说明理由.

附:若随机变量 Z 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,则 $P(\mu-\sigma\leqslant Z\leqslant\mu+\sigma)\approx0.6827$,$P(\mu-2\sigma\leqslant Z\leqslant\mu+2\sigma)\approx0.9545$,$P(\mu-3\sigma\leqslant Z\leqslant\mu+3\sigma)\approx0.9973$.

20. (12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,A,B 为其左、右顶点,M 为椭圆上一点,且 $k_{MA}\cdot k_{MB}=-\frac{3}{4}$.

(1)求 C 的离心率;

(2)若左焦点 F_1 到椭圆上的点的最大距离为 3,且直线 MF_2 交 C 于另一点 N,已知△AMF_2 的面积是△ANF_2 的 2 倍,求直线 MN 的方程.

21. (12 分)

已知函数 $f(x)=a\ln x-x^2$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)若函数 $g(x)=f(x)+(2-a)x$ 恰有两个零点,求实数 a 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中选定一题作答,并用铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑。按所涂题号进行评分,不涂、多涂均按所答第一题评分;多答按所答第一题评分。

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=t+4,\\ y=\sqrt{16-t^2}\end{cases}$($t$ 为参数),曲线 C_2 的参数方程为$\begin{cases}x=-\dfrac{1}{2}s,\\ y=8\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}s\end{cases}$($s$ 为参数).

(1)求曲线 C_2 被曲线 C_1 所截得的弦长;

(2)以坐标原点为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_3 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta-8=0$,记曲线 C_1 与 C_3 交于 A,B 两点,求 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|3x-2|+|3x+a|\ (a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=2$ 时,求不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集;

(2)若 $f(x)\geqslant 4$,求 a 的取值范围.

白卷　　姓名＿＿＿＿＿＿＿＿　　准考证号＿＿＿＿＿＿＿＿

(在此卷上答题无效)

绝密★启用前

2023年普通高等学校招生全国统一考试

数　　学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题的答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设复数 z 在复平面内对应的点为 $(0,a)$,若 $|z|=2$,则 $a=$

A. $2i$　　B. $\sqrt{2}i$　　C. ±2　　D. $\pm\sqrt{2}$

2. 设集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid x^2-2x-3\leqslant0\}$,$B=\{0,2\}$,则

A. $A\subseteq B$　　B. $B\subseteq A$

C. $A\cup B=\{-2,-1,0,1,2\}$　　D. $A\cap B=\{2\}$

3. 已知 $\boldsymbol{a}$ 为单位向量,$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$,且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$,则 $2|\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}|=$

A. 10　　B. 8　　C. 5　　D. 4

4. 某科研团队通过电催化结合生物合成的方式,将二氧化碳和水高效合成高纯度乙酸,并进一步利用微生物合成葡萄糖和脂肪酸(油脂),该工作的突破,为人工和半人工合成"粮食"提供了新技术. 在对照实验过程中,科研人员将收集到的实验组与对照组的实验数据进行记录如图,由于不小心被化学物质腐蚀了两个数据,已知被腐蚀前对照组的数据总值比实验组大35,被腐蚀后实验组的中位数增加了1,则

对照组与实验组被腐蚀数据分别是

对照组		实验组
2	0	6 9
7 [illegible] 4 4 4	1	0 2 2 [illegible] 5 6
6 4 3 3 2 0	2	1 1 2 3

A. 17;14　　B. 15;14

C. 17;15　　D. 16;13

5. 我国自主研发的世界首套设计时速达 600 公里的高速磁浮交通系统,标志着我国掌握了高速磁浮成套技术和工程化能力,这是当前可实现的“地表最快”交通工具,因此高速磁浮也被形象地称为“贴地飞行”. 若某高速磁浮列车初始加速至时速 600 公里阶段为匀加速状态,若此过程中,位移 x 与时间 t 关系满足函数 $x(t)=v_0t+\frac{1}{2}kt^2$($v_0$ 为初速度,k 为加速度且 $k\neq0$). 位移的导函数是速度与时间的关系 $v=x'(t)=v_0+kt$. 已知从静止状态匀加速至位移$\frac{10}{7}$公里需 60 s,则时速从零加速到时速 600 公里需

A. 120 s　　B. 180 s　　C. 210 s　　D. 240 s

6. 在$\triangle ABC$中,A,B,C 的对边分别为 a,b,c,若 $\tan A=\sqrt{3}$,$b=2c$,$S_{\triangle ABC}=2\sqrt{3}$,则 $a=$

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{3}$

7. 在正三棱锥 $P-ABC$ 中,$PA=6\sqrt{3}$,$BC=6$,M,N,Q,D 分别是 AP,BC,AC,PC 的中点,平面 MQN 与平面 PBC 的交线为 l,则直线 QD 与直线 l 所成角的正弦值为

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{5}{6}$

C. $\frac{\sqrt{11}}{6}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 在平面中,已知点 H 到 $A(-2,0)$,$B(2,0)$ 的距离之比为$\sqrt{3}$,记点 H 的轨迹为曲线 C,直线 $x-y-3=0$ 与 C 分别相交于 M,N,且直线与坐标轴分别相交于点 P,Q,已知定点 $D(6,0)$,则$\frac{S_{\triangle MDN}}{S_{\triangle PDQ}}=$

A. $2\sqrt{23}$　　B. $\sqrt{23}$　　C. $\frac{\sqrt{23}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{23}}{3}$

9. 已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\theta)+\sqrt{3}\cos(\omega x+\theta)\left(\omega>0,0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$的一个零点$\frac{\pi}{4}$与相邻的一条对称轴间的距离为$\frac{\pi}{4}$,把函数$y=f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度,得到函数$g(x)$的图象,则$g(x)$的一个单调递减区间为

A. $\left[-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{4}\right]$　　B. $\left[-\frac{\pi}{4},0\right]$　　C. $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$　　D. $\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$

10. 已知$5a+1=5\ln 5,b+e^{-3}=3,e^{3}c+1=e^{6+e^{3}}$,则

A. $a<b<c$　　B. $c<a<b$　　C. $a<c<b$　　D. $c<b<a$

11. 已知椭圆$C:x^{2}+\frac{y^{2}}{t^{2}}=1$,离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$,过$P(1,2)$的直线分别与$C$相切于$A,B$两点,则直线$AB$方程为

A. $x+y-1=0$或$x+4y-1=0$　　B. $x+4y-1=0$

C. $x+y-1=0$　　D. $x+y+1=0$或$4x+y-1=0$

12. 已知定义在$\mathbf{R}$上的函数$f(x)$满足$f(x)+f(-x)=0,f(1-x)=f(1+x)$,$f(x)$在区间$(0,1]$内单调且$f[f(x)-2^{x}+2^{-x}]=\frac{5}{2}$,则$\sum\limits_{k=1}^{2022}kf(k)=$

A. $\frac{5055}{2}$　　B. 5055

C. $\frac{5055\times1011}{2}$　　D. 1011

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 已知$2\cos^{2}\alpha-5\sin\alpha+1=0$,则$\cos 2\alpha=$________.

14. 已知F_{1},F_{2}分别为双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}-\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点,从下面两个条件中任选一个,则双曲线$C$的渐近线方程为________.

①与双曲线$\frac{x^{2}}{9-k}-\frac{y^{2}}{7+k}=1$有共同焦点,且过$M(3,0)$;②过$F_{1}$作垂直于$x$轴的直线交双曲线$P,Q$两点,$|PQ|=\frac{14}{3}$且$S_{\triangle QOF_{2}}=\frac{14}{3}$.

15. 已知$f(x)=(x+1)\ln x,f(m)=f\left(\frac{1}{n}\right)$且$m\geq 2$,则$m+2n$的取值范围是________.

16. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,M,N 分别为线段 A_1B 和棱 A_1D_1 上的点,$A_1M=\sqrt{2}A_1N$,EF 为过 A_1,C_1,D 三点的平面与正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球截得的圆面内一条动弦且 $|EF|=\frac{\sqrt{6}}{3}$. 当线段 MN 的长度最大时,直线 MN 与 EF 之间的距离为________.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (12 分)

记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $a_1=1,S_{n+1}=S_n+3a_n+4$.

(1)证明:$\{a_n+2\}$ 是等比数列;

(2)求数列 $\{a_n+2n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18. (12分)

近年来,绿色环保和可持续设计受到社会的广泛关注,成为了一种日益普及的生活理念和方式.可持续和绿色能源,是我们这个时代的呼唤,也是我们每一个人的责任.某环保可持续性食用产品做到了真正的“零浪费”设计,其外包装材质是蜂蜡.食用完之后,蜂蜡罐可回收用于蜂房的再建造.为了研究蜜蜂进入不同颜色的蜂蜡罐与蜜蜂种类的关系,研究团队收集了黄、褐两种颜色的蜂蜡罐,对M,N两个品种的蜜蜂各60只进行研究,得到如下数据:

	黄色蜂蜡罐	褐色蜂蜡罐
M品种蜜蜂	40	20
N品种蜜蜂	50	10

(1)判断是否有95%的把握认为蜜蜂进入不同颜色的蜂蜡罐与蜜蜂种类有关联?

(2)假设要计算某事件的概率$P(B)$,常用的一个方法就是找一个与B事件有关的事件A,利用公式:$P(B)=P(AB)+P(\overline{A}B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})$求解.现从装有$a$只$M$品种蜜蜂和$b$只$N$品种蜜蜂的蜂蜡罐中不放回地任意抽取两只,令第一次抽到M品种蜜蜂为事件A,第二次抽到M品种蜜蜂为事件B.

(ⅰ)证明:$P(B)=\dfrac{a}{a+b}$;

(ⅱ)研究发现,①M品种蜜蜂飞入黄色蜂蜡罐概率为$\dfrac{2}{3}$,被抽到的概率为$\dfrac{4}{5}$;M品种蜜蜂飞入褐色蜂蜡罐概率为$\dfrac{1}{3}$,被抽到的概率为$\dfrac{3}{5}$;

②N品种蜜蜂飞入黄色蜂蜡罐概率为$\dfrac{5}{6}$,被抽到的概率为$\dfrac{3}{4}$;N品种蜜蜂飞入褐色蜂蜡罐概率为$\dfrac{1}{6}$,被抽到的概率为$\dfrac{1}{2}$.

请从M,N两个品种蜜蜂中选择一种,求该品种蜜蜂被抽到的概率.

附:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中$n=a+b+c+d$.

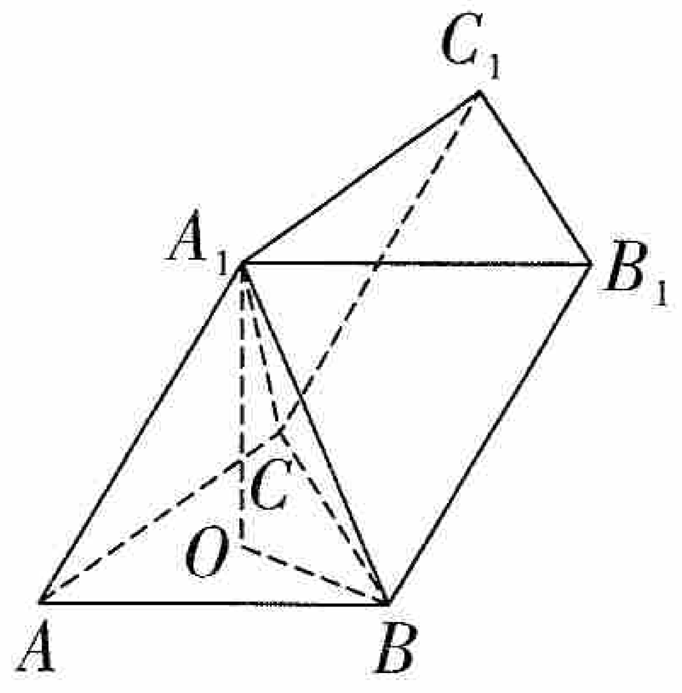
$P(K^2\geq k)$	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
k	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

19. (12 分)

在斜三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，O 为底面正$\triangle ABC$ 的中心，$A_1O\perp$底面 ABC，$AC=AA_1=2$.

(1)证明：平面 $A_1AC\perp$平面 A_1BO；

(2)求 A_1C 与平面 BCC_1B_1 所成角的正弦值.



20. (12 分)

已知函数 $f(x)=(x-2)e^{x-1}-a(x-1)^2$.

(1)求函数 $f(x)$ 的极值点;

(2)设 x_1,x_2 为 $g(x)=f(x)+(3-x)e^{x-1}$ 的两个极值点,证明:$x_1x_2<[\ln(2a)+1]^2$.

21. (12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,已知点 $F(2,0)$,直线 $l:x=-2$,作直线 l 的平行线 $l':x=a(a>2)$,动点 P 满足到 F 的距离与到直线 l' 的距离之和等于直线 l 与 l' 之间的距离. 记动点 P 的轨迹为 E.

(1)求 E 的方程;

(2)过 $Q(3,1)$ 作倾斜角互补的两条直线分别交 E 于 A,B 两点和 C,D 两点,且直线 AB 的倾斜角 $\alpha\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$,求四边形 $ACBD$ 面积的最大值.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中选定一题作答,并用铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑。按所涂题号进行评分,不涂、多涂均按所答第一题评分;多答按所答第一题评分。

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases} x=-1+\dfrac{1}{2}t, \\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$($t$ 为参数). 以坐标原点 O 为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $3\rho^2\cos^2\theta+4\rho^2\sin^2\theta=12$.

(1)求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的参数方程;

(2)若 Q 为曲线 C_2 上一点,求点 Q 到曲线 C_1 距离的最大值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知 x,y,z 为正数,证明:

(1)若 $xyz=2$,则$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\leqslant\dfrac{x^2+y^2+z^2}{2}$;

(2)若 $2x+y+2z=9$,则 $x^2+y^2+z^2\geqslant 9$.